

砂杭打設による自然堆積地盤の
締固め改良に関する水～土連成解析

水野 和憲

砂杭打設による自然堆積地盤の締固め改良 に関する水～土連成解析

「A soil-water coupled analysis on the effect of improvement of
a natural deposited clay by cylindrical cavity expansion」

名古屋大学図書



11349577

2001年3月

水野 和憲

目次

1	序論	1
1.1	研究の背景・目的	1
1.2	上負荷面カムクレイモデルの概要	5
1.2.1	砂の構成式	5
1.2.2	塑性乗数と構成式	7
1.2.3	「構造」を持った過圧密土の弾塑性挙動	7
	参考文献	9
2	パイルド・フラト基礎による砂質地盤の沈下量抑止効果の検討	11
2.1	概説	11
2.2	砂質地盤の初期状態の設定と計算条件	11
2.2.1	有限要素メッシュと境界条件	11
2.2.2	砂質地盤の初期状態と非排水せん断応答	12
2.2.3	計算に用いた基礎形式と基礎構造のモデル化	14
2.3	パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止効果	14
2.3.1	基礎を介して上載荷重が作用する砂質地盤の変形特性	14
2.3.2	浸透力による砂質地盤の液状化	15
2.3.3	パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止効果	17
2.4	結論	19
	参考文献	20
3	砂質地盤の締固めに砂杭拡径を用いた地盤改良工法の数値解析	21
3.1	概説	21
3.2	砂質地盤の初期状態の設定と計算条件	23
3.2.1	締固め対象としての砂質地盤の設定	23
3.2.2	砂杭造成過程の数値計算手順	29
3.3	砂杭拡径による砂質地盤の締固め挙動とその改良効果の検討	32
3.3.1	砂杭拡径による砂質地盤の締固め挙動	32
3.3.2	砂杭拡径による砂質地盤の締固め効果の検討	40
3.4	砂の構造劣化のしやすさが地盤の締固め効果に与える影響	42
3.5	砂質地盤の締固め特性	48
3.5.1	拡径（載荷）速度効果	48
3.5.2	置換率	49
3.6	結論	53
	参考文献	54

4	砂杭拡径を用いた自然堆積粘土の地盤改良工法の数値解析	56
4.1	概説	56
4.2	自然堆積粘土の構造低位化と鋭敏比・乱れの関係について	57
4.2.1	「鋭敏な粘土」の性質について	57
4.2.2	自然堆積粘土の構造低位化と「乱れ」の関係について	59
4.3	砂杭拡径による自然堆積粘土の締固め挙動	61
4.3.1	地盤の初期状態の設定と計算条件	61
4.3.2	繰り返された粘土地盤の計算結果	64
4.3.3	高位な構造を有する粘土地盤の計算結果	69
4.4	結論	74
	参考文献	75
5	結論	76
	謝辞	79
A1	連続体力学の基礎理論	A1-1
A2	水～土骨格連成境界値問題の支配方程式	A2-1
A3	有限要素法の適用（力のつり合い式の弱形式）	A3-1
A4	有限要素離散化	A4-1
A5	水～土骨格連成式の有限要素表現	A5-1
A6	上負荷面カムクレイモデルの概要	A6-1
A7	構成式のマトリクス表現	A7-1
A8	塑性乗数 Λ の分母の正值性によるカムクレイパラメータの限定	A8-1
A9	up-dated lagrange 法を用いた計算方法と解析フロー	A9-1
A10	地盤の初期状態の計算方法	A10-1
A11	一様変形場での解析方法	A11-1
A12	線形制約条件	A12-1
	付録 参考文献	A13-1

1 序論

1.1 研究の背景・目的

砂質地盤は一般に基礎構造物の支持地盤としてよく用いられる。これは、砂が粘土とは異なり、圧縮性の低い固い材料だと考えられるからである。しかし、砂が本当に圧縮性が低いかと言えば、実はそうでもなく、例えば、茶筒の中にゆるく詰めた砂を筒の外からトントンと叩けば（振動を与えれば）、いとも簡単に圧縮して密に締まる。また、間隙が水で飽和されたゆる詰め砂質地盤に、非排水状態でせん断を与えられると、砂は容易に液状化を起し、しかも、液状化はゆるい砂だけに限られるのではなく、先般の阪神大震災で起こった液状化の中には、数多く目撃から、通常程度に密に締まった砂質地盤でも液状化を起こすことが明らかとなった¹⁾。

このように砂が工学的に問題となるのは、地震時での液状化現象である。そして、砂質地盤の液状化対策としては、主に次の2つが挙げられる。

- (1) 液状化の発生そのものは許すが、上部構造物の被害低減を目的にした方法
- (2) 液状化の発生そのものを防止するための「地盤改良工法」

(1)に関しては、たとえ砂質地盤で液状化が起きても、上部構造物の沈下や傾斜（不同沈下）などの被害を低減させることを期待して、べた基礎や摩擦杭などの基礎構造物によって行われる液状化対策工法である。(2)の「地盤改良工法」に関しては、地盤内に砂杭を造成すると同時に、その砂杭を円筒に押し拵げて（拵径あるいは拵幅と言う）、杭周の砂の密度増加を期待する「締固め工法」が現場では最も多く用いられている。

このような液状化対策が行われる砂質地盤であるが、これまでゆるい砂のせん断特性を記述できる弾塑性モデルがなく、また密な砂においても、それを超過圧密粘土と近似して扱うなど、ゆるい砂から密な砂まで一連の砂の挙動を性格に把握することはできなかった。このため、(2)の砂杭拵径による砂質地盤の地盤改良工法でも、ゆるい砂は締め固めやすいが、どの程度密になると締め固めにくくなるのか、あるいは、なぜ砂質地盤には締め固めやすい砂やそうでない砂があるのか等の現場での種々の疑問に対し、経験的にしか答えることができなかった。

また、この砂杭拵径による地盤改良工法は砂質地盤だけではなく、砂よりももっと粒径の小さい粘土地盤でも行われる。しかし、このような地盤を構成する材料によって、改良目的が異なるだけではなく、改良対象地盤が砂質地盤か粘土地盤かによって、砂杭拵径による締め固めメカニズムや締め固め特性についても異なることが考えられる。また、高含水比を含む自然堆積された鋭敏な粘土地盤では、この砂杭拵径による地盤改良工法が効かないとの報告もある。

このようにゆるい砂や自然堆積粘土というのは、一般に土骨格の骨組み構造の発達した土で、いわゆる土骨格が嵩張っている（つまり「構造」を有している）土である。近年、構造を有する過圧密土の力学挙動を記述する弾塑性構成モデルとして、「上負荷面カムクレイモデル²⁾」が提案され、自然堆積粘土やゆるい詰め砂から密詰め砂までのせん断特性を、初期の構造の程度と過圧密の程度とそれらの喪失の仕方で表現することができるようになってきた³⁾。すなわち、ゆるい詰め砂の典型的非排水せん断応答である塑性圧縮を伴う軟化や、排水せん断応答の一つである締固めなどが計算できるまでになってきた（次節参照）。

そこで本論文の目的は、上負荷面カムクレイモデルを構成式に用いた水～土連成計算^{4),5)}により、砂質地盤の液状化抑止・低減工法、及び自然堆積地盤の地盤改良について、特に砂杭拡径によるゆるい砂質地盤や自然堆積地盤の締固めメカニズムの解明と締固め特性について、構造の喪失（低位化）と過圧密の解消・増加、及びこれら喪失や解消のしやすさに注目して考察し、砂質地盤の地盤改良と粘土地盤の地盤改良の違いについて、土質力学的な解釈を与えることにある。

次に本論文の構成を述べる。

第2章では、上述した、(1)の「液状化の発生そのものは許すが、上部構造物の被害低減を目的にした方法」について、べた基礎に摩擦杭を併用した「パイルド・ラフト基礎（摩擦杭付きラフト基礎）⁶⁾」を取り上げる。砂質地盤の液状化に限らず、一般に構造物の沈下や傾斜（不同沈下）の対策として、構造物を地盤上に支えるために基礎構造物が用いられる。近年では、地盤の支持力が直接基礎だけで十分得られても大沈下あるいは不同沈下が想定される場合に、べた基礎に摩擦杭を併用した「パイルド・ラフト基礎（摩擦杭付きラフト基礎）」が、これらを低減する目的で用いられるようになってきた⁷⁾。

このパイルド・ラフト基礎に関して、萩野ら⁸⁾は、1995年の阪神・淡路大震災の際に液状化被害が多発した六甲アイランド埋立地において、パイルド・ラフト基礎で支持された構造物には沈下や傾斜などの被害がなかった、と報告している。阿知波⁹⁾は模型土槽内に鉛直方向に補強材を挿入した砂質地盤を作成して振動実験を実施し、補強材の頭部を面板で固定することで顕著な補強効果が得られ、液状化対策としての有効性を確認した。本来、沈下量低減効果が期待される「パイルド・ラフト基礎」工法であるが、これらの事例のように、砂質地盤の液状化抑止効果も期待できると考えられる。

このように液状化抑止工法として、摩擦杭やべた基礎等を地盤中に設置したり、またパイルド・ラフト基礎などを併設することにより、上部構造物の被害（沈下抑制など）を低減させるとともに、地盤との一体化を図ることによって液状化そのものの抑止を同時に期待する方法が考えられるが、この改良原理については未だ確立されていない。また、これまでに様々なパイルド・ラフト基礎の変形（沈下）挙動の解析法が開発されてきているが、そのほとんどは地盤を基礎構造物に外力を及ぼすものと捉えて、弾性ばねで理想

化し、基礎にどのような力がかかり、どのように変形するかを構造力学を適用して計算する。つまり、基礎構造物自体の挙動を解くものである。しかし、基礎に働く力は、地盤と合わせて解いて初めて分かるものである。

この流れの中で第2章は、飽和地盤が水～土2相系の弾塑性材料であることに着目し、パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止の有効性を水～土連成有限変形解析によって検討することである。砂質地盤の挙動を表現するため、土骨格の構成式に「上負荷面カムクレイモデル」を用いる。本論文では地盤を解くことに主眼を置き、パイルド・ラフト基礎の役割を第一近似として地盤の変形を拘束する制約条件として表す¹⁰⁾。あくまでも地盤と基礎が相互作用としてどのように働いているかという事が重要であり、基礎を制約条件で表すことでシンプルかつ明確に表すことができる。液状化する地盤において、パイルド・ラフト基礎がどのように地盤に働きかけ、液状化抑止や沈下量低減に対してどの程度の効果があるのか検証する。

第3章では、砂質地盤の液状化対策として、液状化そのものを抑止するための「締固め工法」による地盤改良工法について取り上げる。砂質地盤の締固めには、「振動」を用いるサンドコンパクションパイル工法（以下、SCP工法）や、「振動」を用いない静的締固め砂杭工法^{11),12)}があるが、どちらにおいても、砂杭を円筒拡張することによって杭周の砂を締め固める工法である。

また、液状化はゆるい砂だけに限られるのものではなく、通常程度に密に締まった砂質地盤でも液状化を起こすことは前述した。このように液状化対策としての砂質地盤の地盤改良には、ゆるい砂から通常程度に締まった砂までを改良地盤の対象範囲としなければならないが、通常程度に締まった砂を、しかも、前述の静的締固め砂杭工法のような振動を用いない方法で締め固められるのか、未解明な部分が多かった。

野田ら¹³⁾は、このような事実にもとづき、密な砂を超過圧密粘土と近似して、その構成式に下負荷面¹⁴⁾カムクレイモデル²⁸⁾を用いた水～土連成解析を行った。そして密な砂質地盤の砂杭拡張による締固めメカニズムや締固め特性を一部明らかにしつつある。

しかし、そもそも最も液状化を起こしやすいゆるい砂の締固めメカニズムについては、未だ明らかにされていない。大きな理由の一つには、負のダイレイタンスを示すようなゆる詰め砂のせん断特性、特に応力空間での非排水せん断挙動における限界状態線より下側での塑性圧縮を伴う軟化挙動を弾塑性力学に基づいて記述することができなかつたためであると考えられる。

そこで第3章では、上負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成解析によって、実施工に基づき「砂杭造成過程」を忠実に考慮し、材料の状態を変えて、砂杭拡張による地盤の締固め挙動について検討することを目的とする。これらによって、締め固めやすい砂と締め固めにくい砂について考察し、砂質地盤の締固め特性について検討する。

第4章では、改良対象地盤が粘土地盤である場合の砂杭拡張による地盤改良工法につい

て取り上げる。改良対象が粘土地盤となると、その改良目的は液状化対策ではない。なぜなら、粘土地盤では液状化をほとんど起こさないからである。粘土地盤の主な改良目的は、盛土や埋立地盤などの構造物への支持力増加である。そのため、間隙が水で飽和したような粘土地盤では「圧密」によって地盤を密にし、強度を増加させる必要がある。圧密を行うためには、例えば、圧密圧力としてプレロード用の盛土を構築し、粘土地盤内には、排水経路を短縮させるために砂杭が造成されるが、この砂杭は締め固める（拡径する）必要はない。このような工法はサンドドレーン工法（SD 工法）と呼ばれる。また、上部構造物の支持力を粘土の圧密による支持力増加に期待するのではなく、あるいは支持力増加さえ期待できないほど軟弱な粘土地盤の場合、粘土地盤は砂質地盤に置き換えられる。つまり、地盤内の砂杭を拡径によって締め固め、この締め固められた大口径の砂杭を支持杭として期待する工法である。いわゆる SCP 工法であるが、資源としての砂が乏しい現状より、砂杭拡径量を抑えて砂置換率を低くするかわりに、杭周粘土の圧密排水による強度増加にも期待する工法が低置換 SCP 工法である。この工法は砂杭の締め固めによる円筒拡径が杭周粘土への圧密圧力となり、これによって粘土は圧密排水され強度の増加も期待できる。

しかし、この工法があらゆる粘土地盤において有効ではなく、改良対象の地盤が高含水比を含む鋭敏な粘土の場合は有効でないとの実務報告や、また、自然堆積された粘土地盤では、地盤改良工法を施工することにより、密になったにも関わらず、原地盤の粘土の「非排水強度」が改良前よりも改良後の方が低くなることがある。砂杭拡径による地盤の「乱れ」が議論の対象となるが、これは、その後の圧密によって強度が回復しない例である。これらの原因は未だ明らかにされていない。

そこで第 4 章でも、構造を有する土の弾塑性モデルである「上負荷面カムクレイモデル」を用いて、自然堆積粘土のような構造を有する粘土地盤の砂杭拡径による数値シミュレーションを行い、粘土地盤での改良原理を明らかにするとともに、砂杭拡径による地盤の「乱れ」について、構造の「低位化」の観点から検討を行い、粘土の締め固め効果について調べる。またこのような砂杭拡径による粘土地盤の地盤改良工法で、効く地盤と効かない地盤を明らかにし、合理的な締め固め方法を検討する。

最後に第 5 章で、本研究で得られた知見をまとめて本論文の結論とする。

1.2 上負荷面カムクレイモデルの概要

上負荷面カムクレイモデルのより詳細な記述は、付録 A6 に示す。ここでは、簡単に概要のみを示す。

1.2.1 砂の構成式

自然に堆積した飽和土は、粘性土でも砂質土でも大抵は「構造」が発達した状態にあり、多くは過圧密状態にある。このような構造が発達した土は、乱れて構造を失った練り返し土から見て、練り返し土の不可能領域（すなわち、ロスコー面の外側）に間隙と応力状態を取ることができる。すなわち、構造が発達した同じ間隙比なら大きな力を支えることができ、同じ力なら間隙比が大きい「嵩張った」土である。しかも、そのような土が変形を十分受けたあとは、練返し土の挙動に近づくことが知られている。この意味でゆるい砂はまさしく構造が「高位」な土で、密な砂であるほど構造が「低位」な土であると言える。

本論文の計算では、砂の構成式に「上負荷面カムクレイモデル」を用いる（定式化等のより詳細は付録 A6 に示す）。このモデルは、構造を有する土が過圧密状態にあるとき（表 1.1,(B)）、せん断によって塑性変形が進むにつれ、構造を喪失し、過圧密を解消して、構造のない正規圧密土（表 1.1,(D)）へ遷移する過程を通常の弾塑性力学に基づいて記述する。

表 1.1: 土のカテゴリー

	構造を残した土 ($0 < R^* < 1$)	練り返された土 ($R^* = 1$)
正規圧密土 ($R = 1$)	(A)	(D)
過圧密土 ($0 < R < 1$)	(B)	(C)

構造を失ってしかも正規圧密状態にある土の挙動はオリジナルカムクレイに従うとし、構造を有する正規圧密状態の負荷時の挙動は、図 1.1 のようにカムクレイ降伏面の外側に相似な上負荷面（相似中心は原点 $p' = q = 0$ ）に従うとしている。そして、構造の程度を定量的に表す指標を上負荷面とカムクレイ降伏面の相似率 R^* で定義する。 R^* は 0 と 1 の間で値をとり、0 に近いほど構造の程度が高位であることを示し、せん断によって塑性変形が進むにつれ、構造を喪失して 1 に近づく。また、構造を有する土が過圧密状態にある時

の負荷時の挙動は、Hashiguchi に倣って、図 1.1 のように上負荷面の内側に下負荷面（相似中心は原点 $p' = q = 0$ ）に従うとする。そして、上負荷面と下負荷面の相似率 R を定義し、その逆数 $1/R$ が過圧密比に相当する。 R も 0 と 1 の間で値をとり、0 に近いほどより過圧密な砂で、 R はせん断による塑性変形の進展によって増加し、1 に近づくほど正規圧密状態へと近づくことを表す。したがって塑性変形が進んで構造が喪失するとともに過圧密が解消（正規圧密状態へ移行）すると、最終的にカムクレイモデルに一致する。

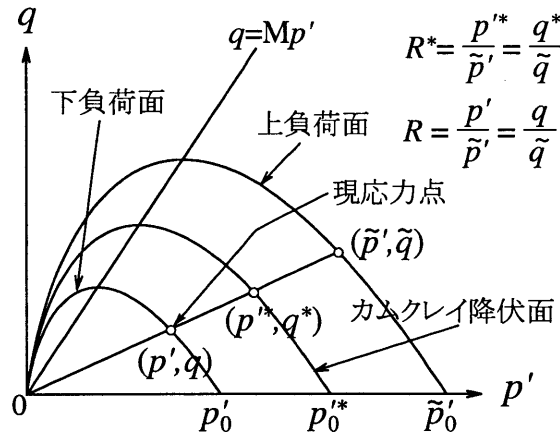


図 1.1: 3つの負荷面

$$\text{カムクレイ降伏面} : MD \ln \frac{p'^*}{p_0'^*} + D \frac{q^*}{p'^*} + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau = f(p'^*, q^*) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau = 0 \quad (1.1)$$

$$\text{上負荷面} : f(\tilde{p}', \tilde{q}) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln R^* = 0 \quad (1.2)$$

$$\text{下負荷面} : f(p', q) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln R^* - MD \ln R = 0 \quad (1.3)$$

また本論文では、砂の初期状態を初期密度に応じて、初期の構造の程度 R_0^* と過圧密の程度 R_0 を変えることにより表現する。例えば、ゆる詰め砂の初期状態は、若干過圧密で構造が高位な状態 (R : 大, R^* : 小) に、一方で密詰め砂は、構造が低位で超過圧密状態 (R : 小, R^* : 大) にあるとする³⁾。そしてこれら砂のせん断挙動は、塑性変形に応じて先に構造喪失が卓越し、遅れて過圧密が解消することにより表現する³⁾。初期状態が異なる各砂の具体的な挙動については、各章でそれぞれ触れるが、この土の構造と過圧密およびその喪失過程のモデル化によって、ゆるい砂に特徴的な塑性圧縮を伴う軟化挙動と、密な砂に特徴的な塑性膨張を伴う硬化挙動が表現できる。

1.2.2 塑性乗数と構成式

弾塑性諸定理にもとづいて、塑性乗数 $\lambda(>0)$ と構成式は式のように得られる。

$$\text{塑性乗数} : \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{J \frac{D}{p^2} (M_s p' - q)} (> 0) , \quad M_s = M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} + \frac{DU_s}{R} \right) \quad (1.4)$$

$$\text{構成式} : \dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} \mathbf{D} - \Lambda \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (1.5)$$

ここに式 (1.5) で \mathbf{E} は弾性係数テンソル、 $\dot{\mathbf{T}}'$ は Dienes の有効応力速度、 Λ は λ をひずみ速度 \mathbf{D} で表したものである。負荷基準は $\Lambda (= \lambda) > 0$ で、降伏面 f は現応力 \mathbf{T}' が載っている上または下の負荷面を取る。

1.2.3 「構造」を持った過圧密土の弾塑性挙動

過圧密で構造の発達した土が負荷時に示す挙動の特徴について述べる³⁾。

上負荷面カムクレイモデルの定式化で単純化の最たるものは降伏面の形で、すべて完全繰り返し土（カムクレイ）の降伏面に相似としていて、つまり異方性は取り入れていない。また、このために正規圧密と過圧密、構造の有無に関係なく、塑性的な圧縮と膨張の分水嶺になる応力比が限界状態定数 M となっている。

過圧密で構造を有する土とカムクレイとの決定的な違いは、硬化と軟化の分水嶺になる応力比 M_s のダイナミズムにある。これを以下に説明する。

式 (1.4) の M_s を限界状態定数 M と読み替えれば、式 (1.5) の構成式はカムクレイと同じである。カムクレイで限界状態線 $q = Mp'$ が分水嶺となって上側と下側で軟化と硬化を表したように、過圧密で構造を有する土も $q = M_s p'$ が分水嶺となって上側と下側で軟化と硬化を表す。しかるにカムクレイではこの M が材料定数である一方、過圧密で構造を有する土では、この M_s は定数ではなく、構造の喪失 (R^* が増えて1に近づく) に伴い M_s は次第に増大し (式 (1.4) 中の R^* の効果)、また過圧密の解消 (R が増えて1に近づく) に伴い M_s は減少する (式 (1.4) 中の R の効果)。そして $R^* \rightarrow 1$ 、 $R \rightarrow 1$ の極限つまり完全に繰り返された正規圧密土に至って $M_s \rightarrow M$ になる。そして極限で上負荷面、下負荷面は本来の素性であるカムクレイの降伏面に一致する。

M_s の M への近づき方は、 m と m^* の値によって大きく変わる (式 (1.4))。すなわち、 m^* が m よりも大きいと構造喪失が早く過圧密の解消が遅い土に、逆に m が m^* よりも大きいと構造喪失が遅く過圧密の解消が速い土になり、たとえ初期に同程度の構造と過圧密であっても、 M_s と M の大小関係の違いによって負荷時の挙動に大きな違いが現れる。浅岡ら³⁾ は、前者が砂で、後者が粘土であることを示している。以下に弾塑性力学的解釈を

示す。

砂においては、初期過圧密比 $1/R_0$ と構造の程度 $1/R_0^*$ によって、初期の M_s は M よりも小さい場合と、大きい場合もある（式 (1.4) の効果）が、負荷に伴い構造がすぐに喪失 ($R^* \rightarrow 1$ して、総じて M_s が M より大きくなる。その後、過圧密の解消が進むとやがて M_s が減少して M に近づく（図 1.2）。他方、粘土においても、初期の M_s は M よりも大きい場合も、小さい場合もある（式 (1.4) の効果）が、負荷に伴い過圧密が解消 ($R \rightarrow 1$) し、 M_s が減少して M よりも小さくなる。その後も負荷が続くと、構造の喪失 (R^* の増加) に伴って M_s が増加して M に近づく（図 1.3）。

具体的に初期等方応力状態にある土の非排水せん断を想定して、 M_s の変化によって得られる負荷状態について、砂と粘土の違いを比較する。なお、構造だけあるいは過圧密だけの場合は常に $M_s < M$ か $M_s > M$ で、構造喪失の早さと過圧密解消の早さの違いこそあれ、両者は類似の挙動を示すので、以下の2つの場合に絞って説明する。

まず、(1) 初期若干過圧密だが構造の卓越した土（初期において $M_s < M$ ）の場合を考える。粘土では初期からずっと $M_s < M$ であるため、有効応力パスの応力比が M_s に至るまで硬化し、 M_s と M の間では、塑性圧縮を伴う軟化が生じる。せん断が進んだ極限では M_s が増加して M に一致する（カムクレイに戻る）ため、塑性圧縮を伴う軟化し続け、最終的にカムクレイと同じ完全塑性挙動を示すだけである。一方、砂でもせん断初期には粘土と同様に硬化した後、塑性圧縮を伴う軟化を示すが、その後せん断に伴い M_s は増加し $M < M_s$ となる（図 1.3）ため、塑性膨張を伴う硬化に転ずる。つまり「砂」は限界状態線の下側で軟化を示した後に、上側に状態を移して硬化を示すことができる。

次に、(2) 初期構造の程度は小さく過圧密が卓越した土（初期において $M_s > M$ ）の場合を考える。砂は常に $M_s > M$ であるため、軟化せずに応力比が下側から M を越え、塑性膨張を伴う硬化が起きるが、極限では $M_s \rightarrow M$ になり完全塑性を示す。一方、粘土でも初期の M_s が極めて大きい（式 (1.4) 中の m の効果）ため、砂と同様に軟化せずに応力比が M を越え、塑性膨張を伴う硬化を示すが、せん断に伴い M_s が減少し $M > M_s$ となる（図 1.2）ため、塑性圧縮を伴う軟化を示すようになる。つまり、「粘土」では、限界状態線の上側で硬化を示した後に、下側に状態を移して軟化を示すこともできる。

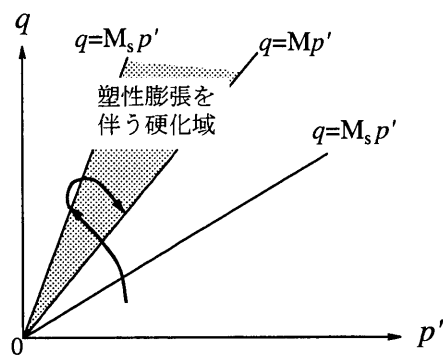


図 1.2: 初期にゆるい構造を持つが過圧密である砂

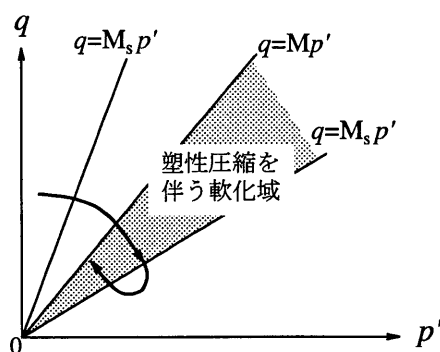


図 1.3: 初期過圧密だが構造の卓越した粘土

参考文献

- 1) 浅岡顕：地震後も長く持続する液状化現象，震災フォーラム，土木学会誌，Vol.80，1995.
- 2) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, Vol.40, No.2, pp.99-110, 2000.
- 3) 浅岡顕，中野正樹，野田利弘：「構造」を持った過圧密土の弾塑性挙動，応用力学論文集，Vol.3, pp.335-342, 2000.
- 4) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-106, 1994.
- 5) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of heavily over-consolidated clay near/at critical, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-28, 1997.

- 6) Kakurai, M., Yamashita, K. and Tomono, M.: Settlement Behavior of Piled Raft Foundation on Soft Ground, *Proc. of 8th Asian Regional Conf. on S.M.F.E.*, Vol.1, pp.373-376, 1999.
- 7) 浅岡顕, 野田利弘, 山田英司, 高稲敏浩, 大野雅幸: 水～土連成解析によるパイルドラフト基礎の沈下抑制メカニズムの検討, 土木学会第54回年次学術講演会講演概要集, 3-A, pp.478-479, 1999.
- 8) 萩野芳章, 出村禧典, 加藤康司, 松田國夫: 六甲アイランド埋立地の摩擦杭で支持された構造物の地震時挙動解析, 土と基礎, Vol.44, No.3, pp.34-36, 1996.
- 9) 阿知波文夫: 臨海発電施設の軟弱地盤対策工法の開発に関する研究, 名古屋大学学位申請論文, 1996.
- 10) 浅岡顕, 高稲敏浩: 各種構造物の実例にみる地盤改良工法の選定と設計—地盤改良と土質力学(その1)—, 土と基礎, Vol.47, No.1, pp.45-50, 1999.
- 11) 山本実, 野津光夫: 砂地盤を静かに締め固める—無振動・低騒音の静的締め固め砂杭工法—, 土木学会誌, Vol.83, July, pp.19-21, 1998.
- 12) 不動建設株式会社: SAVE コンポーザーによる静的締め固め砂杭工法, 一般土木工法・技術審査証明 報告書, 1997.
- 13) 野田利弘, 高稲敏浩, 高木健次, 野津光夫: 水～土連成計算を用いた砂杭拡径による砂地盤の締め固めメカニズムの一考察, 土木学会論文集, VI (掲載決定)
- 14) Hashiguchi, K. : Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. Plasticity*, Vol.9, pp.217-245, 1989.

2 パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の沈下量抑止効果の検討

2.1 概説

べた基礎に摩擦杭を併用したパイルド・ラフト基礎¹⁾は、基礎に上部構造物による荷重が作用したときに沈下量を低減させる基礎工法²⁾である。砂質地盤上にパイルド・ラフト基礎を設置した場合に、上述の観点だけでなく、砂質地盤が液状化した際に上部構造物への被害を低減する^{3),4)}という観点から、パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止効果について、べた基礎の場合と比較を通して検討する。

なお、本論文では、土の構成モデルに上負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成計算によって、まずは、パイルド・ラフト基礎の有効性について「液状化しない地盤」中で、摩擦杭やべた基礎等を設置した場合と比較しながら、上載圧による地盤の沈下挙動、を“地盤を解く”という観点から計算を行う。

2.2 砂質地盤の初期状態の設定と計算条件

2.2.1 有限要素メッシュと境界条件

パイルド・ラフト基礎は3次元的な配置をしているので、本来は3次元計算が必要であるが、本論文では簡単のため、平面ひずみ条件下で計算する。計算に用いる有限要素メッシュおよび境界条件を図2.1に示す。地盤の上端面(境界EH)は排水境界で、地表面と水位面が一致するように上端面の水圧は常にゼロと設定する。地盤下端面(境界AD)と側面(境界AE・DH)は非排水境界とした。

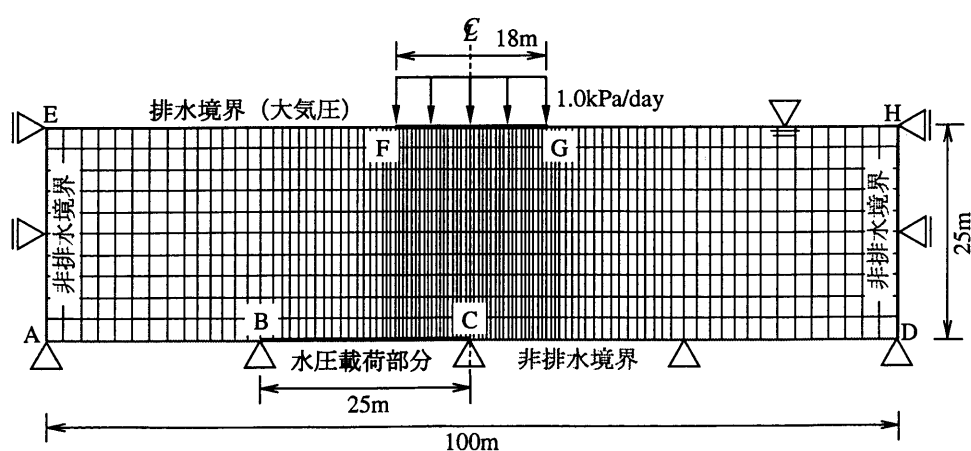


図 2.1: 有限要素メッシュ および 境界条件

2.2.2 砂質地盤の初期状態と非排水せん断応答

計算対象として、表 2.1 に示す弾塑性パラメータを有し、地盤全体に均質な初期過圧密比 $1/R_0 = 5.0$ 、初期構造の程度 $1/R_0^* = 10.0$ を有する砂質地盤を想定した。なお、 $1/R_0$ 及び $1/R_0^*$ は不均質に分布させることができるが、ここでは簡単のため地盤内全域で一様に分布させている。

表 2.1 に示す弾塑性パラメータ、初期過圧密比 $1/R_0$ 、初期構造の程度 $1/R_0^*$ 、および土被り圧を考慮して決定される砂質地盤の初期状態 (平均有効応力 p'_{ini} 、間隙水圧 u_{ini} 、比体積 v_{ini}) は、図 2.2 に示すように深さ方向に分布している。

表 2.1: 弾塑性パラメータと初期条件

圧縮指数 $\bar{\lambda}$	0.041
膨潤指数 $\bar{\kappa}$	0.008
限界状態定数 M	1.24
$p' = 98(\text{kPa})$ における比体積 N	1.97
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (cm/sec)	1.67×10^{-2}
土粒子の密度 ρ_s (kN/m^3)	25.5
正規圧密土化指数 m	0.04
構造劣化指数 m^*	0.9
初期過圧密比 $1/R_0 = \text{OCR}_{ini}$	5.0
初期構造の程度 $1/R_0^*$	10.0

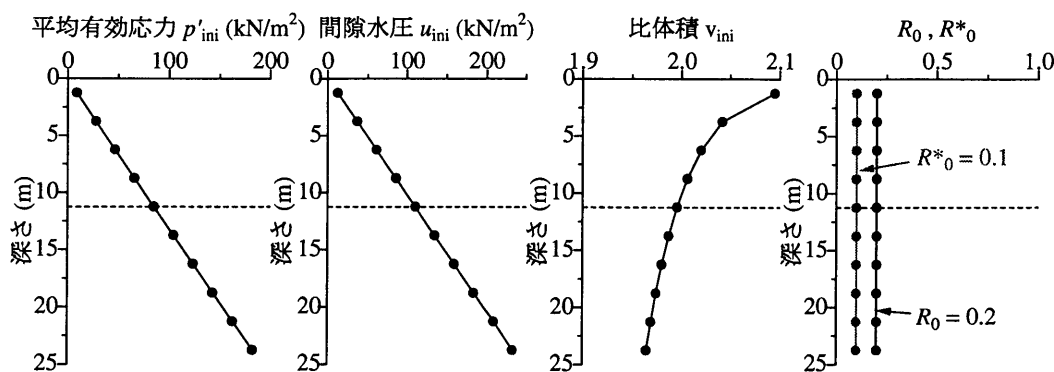


図 2.2: 地盤の初期状態

さて、このように設定した初期状態の砂が、どのようなせん断挙動を示すかについて、地盤の深さ中央部 (図 2.2 での点線部分) における砂要素の土性 (間隙比、応力状態等) を初期値として、非排水せん断特性を調べた。これは前述した構成式に、図 2.3 のような非

排水条件下の一様せん断場（等体積せん断）を与え、差分的に数値積分を行ったものである（計算の詳細は付録 A11 参照）。設定した地盤内の砂要素の非排水せん断挙動を図 2.4 に示す。なお、図は以下の 3 つに整理している。

- (i) せん断応力 $q \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係、
- (ii) せん断応力 $q \sim$ 平均有効応力 p' 関係、
- (iii) $R, R^* \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係

表 2.2: 記号の説明

せん断応力 q :	せん断ひずみ ε_s :
$q = \sqrt{3\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}/2}$	$\varepsilon_s = \sqrt{2\mathbf{e}' \cdot \mathbf{e}'/3}$
$\mathbf{S} = \mathbf{T}' - p'\mathbf{I}$	$\mathbf{e}' = \mathbf{e} + \frac{1}{3}(\text{tr } \mathbf{e})\mathbf{I}$, \mathbf{e} : Euler ひずみ
平均有効応力 p' :	R^*, R :
$p' = -\text{tr } \mathbf{T}'/3$	R^* : 構造の程度
	R : 過圧密比の逆数

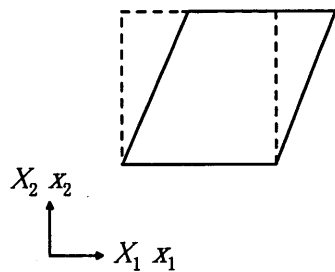


図 2.3: 等体積せん断試験

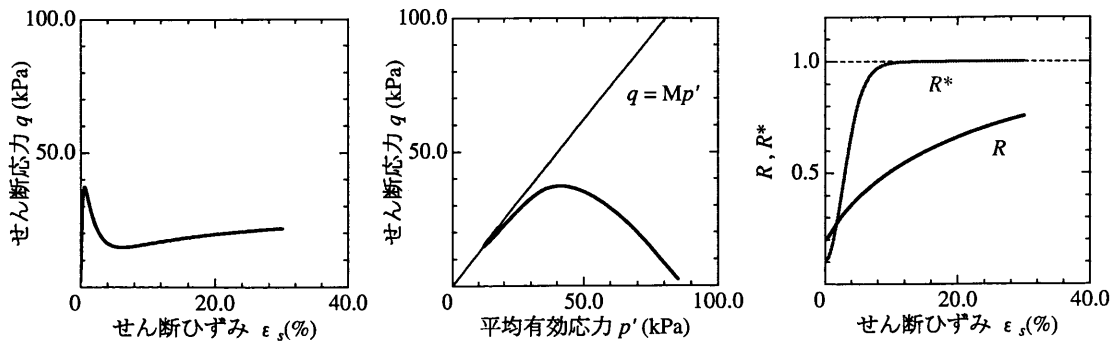


図 2.4: 地盤中央部での非排水せん断挙動

図 2.4 の $R, R^* \sim \varepsilon_s$ 関係はせん断の進展に伴う構造喪失 ($R^* \rightarrow 1$) が過圧密の解消 ($R \rightarrow 1$) より早いことを示し、また、 $q \sim p'$ 関係は限界状態線下側で軟化した後に、上側に状態を移して硬化を示している。この設定した砂質地盤はかなりゆるい状態であることが分かる^{5),6)}。

2.2.3 計算に用いた基礎形式と基礎構造のモデル化

計算で用いた基礎形式は、①「べた基礎」(基礎幅 18m)、②「パイルド・ラフト基礎」(基礎幅 18m のべた基礎+杭長 10m の摩擦杭 6 本、杭間隔 3m でべた基礎に剛結合) の 2 種類である(図 2.5)。本論文では基礎は地盤に比べて極めて硬く地盤の変形を拘束する役割を果たしていると考えられる。そのため基礎に特殊な要素を入れることなく、図 2.6 に示すように、地盤の変形場に「距離不変」・「角度不変」の制約条件を課すことで基礎の役割を表現した⁷⁾。なお、基礎設置時には砂質地盤の初期構造を劣化させないことを仮定している。また、平面ひずみ条件下での計算のため杭は板状になるが、杭を挟んで隣合う要素間には間隙水の移動を許し、基礎の部分は基礎碎石を敷くことを考慮して地表面と同様に間隙水圧が常にゼロとなる排水境界としている。

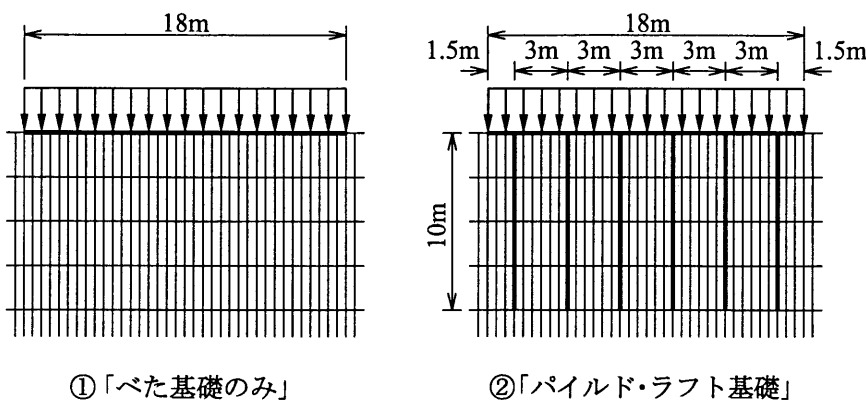


図 2.5: 計算に用いた基礎形式

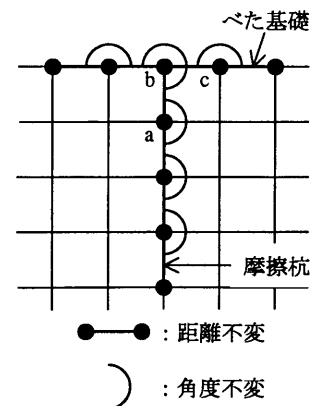


図 2.6: 基礎のモデル化

2.3 パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止効果

2.3.1 基礎を介して上載荷重が作用する砂質地盤の変形特性

設定した砂質地盤上に基礎を設置し(図 2.1 境界 FG)、上部構造物による荷重が砂質地盤に作用する場合について砂質地盤の変形特性を調べる。上部構造物は等分布荷重に置き換えて表現し、載荷速度 1kPa/day で 200kPa まで載荷する。図 2.7 に上載荷重と基礎端部(図 2.1F 点)における沈下量の関係を示す。この砂質地盤は構造が発達しているため比

較的圧縮性が大きいですが、本論文の計算条件ではパイルド・ラフト基礎はべた基礎に比べて基礎の沈下量を1/2程度に低減している。

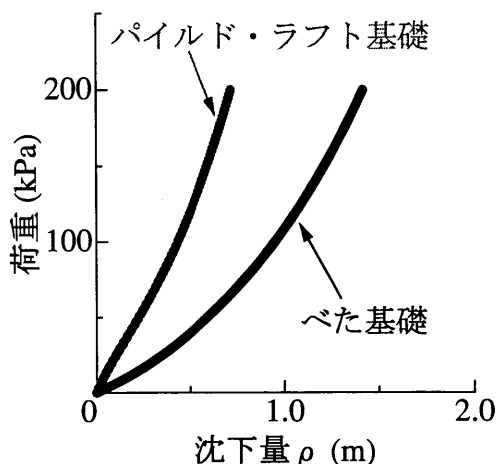
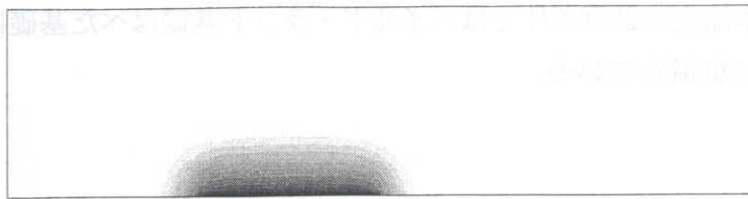


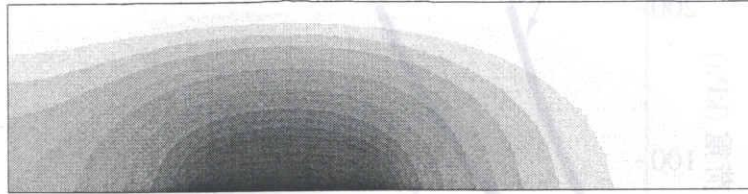
図 2.7: 荷重～沈下量関係

2.3.2 浸透力による砂質地盤の液状化

本論文では砂質地盤の液状化を動的な繰り返し載荷ではなく、簡単のため、浸透力載荷によって引き起こす計算で再現する。砂質地盤に上載荷重が作用していない場合について、地盤下端部の境界BCにおいて水圧を228.6kPaまで急速載荷(載荷速度9.81kPa/sec)した後、その水圧を持続させる。図2.8、図2.9、図2.10にそれぞれ過剰間隙水圧 u_e 、平均有効応力 p'/p'_{ini} (p'_{ini} は初期平均有効応力)、初期状態 v_{ini} からの比体積変化 Δv の地盤内分布を示す。水圧を228.6kPaまで急速載荷すると、図2.8(1)に示すように砂質地盤下部の水圧載荷部分に過剰間隙水圧の不均一場が発生する。この過剰間隙水圧の発生により水圧の急速載荷直後は平均有効応力は減少する(図2.9(1))が、比体積はほとんど変化しない(図2.10(1))。その後水圧228.6kPaのまま一定に保持して放置すると、急激な水頭差の存在によって間隙水は移動してやがて定常浸透場に近づく(図2.8(2))が、間隙水は水圧載荷部分の中央真上の地表面に向かって流れ続ける。このためこの部分では平均有効応力が減少し(図2.9(2))、膨潤している(図2.10(2))。すなわち吸水軟化により(p' も q もゼロとなって)液状化している。これによって応力が再配分されて液状化域は地表面から下へ向かって拡大していく。



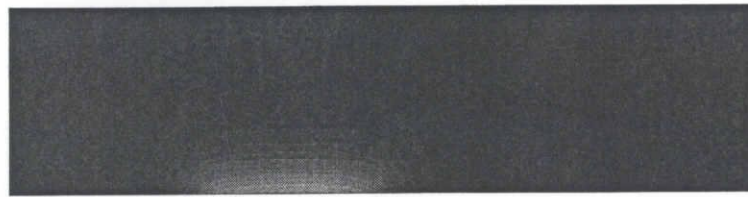
(1) 水圧载荷直後



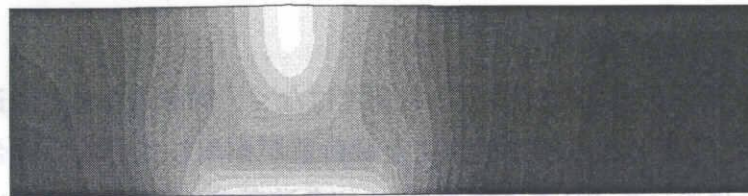
(2) 液状化中



図 2.8: 過剰間隙水圧 u_e の地盤内分布



(1) 水圧载荷直後



(2) 液状化中



図 2.9: 平均有効応力 p'/p'_{ini} の地盤内分布



(1) 水圧载荷直後



(2) 液状化中



図 2.10: 比体積変化 Δv の地盤内分布

2.3.3 パイルド・ラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止効果

(1) 液状化中

基礎を介して上載荷重 200kPa が作用している砂質地盤に対し、(2) と同様に地盤下端部から水圧を急速載荷した後に、その水圧を一定に保って砂質地盤を液状化させる。その際に基礎が砂質地盤の液状化にどのような影響を及ぼすかを調べる。

① 上載荷重なし、① べた基礎、② パイルド・ラフト基礎の場合について、図 2.11 に液状化継続時における平均有効応力 p'/p'_{ini} の地盤内分布を示す。基礎に上載荷重が作用すると地盤内の平均有効応力は初期状態から増加して $p'/p'_{ini} \geq 1$ となるが、この部分は全て同じ区分として処理している。液状化域は平均有効応力 p'/p'_{ini} が減少してほとんどゼロに近づいている部分（図中白色部）である。基礎を介して上載荷重が作用している砂質地盤では、液状化域は上部構造物から離れた位置に移動し、上載荷重がない場合よりも液状化域は縮小している。また、② パイルド・ラフト基礎が設置されていると、① べた基礎の場合より上部構造物から離れた位置に液状化域は移動している。

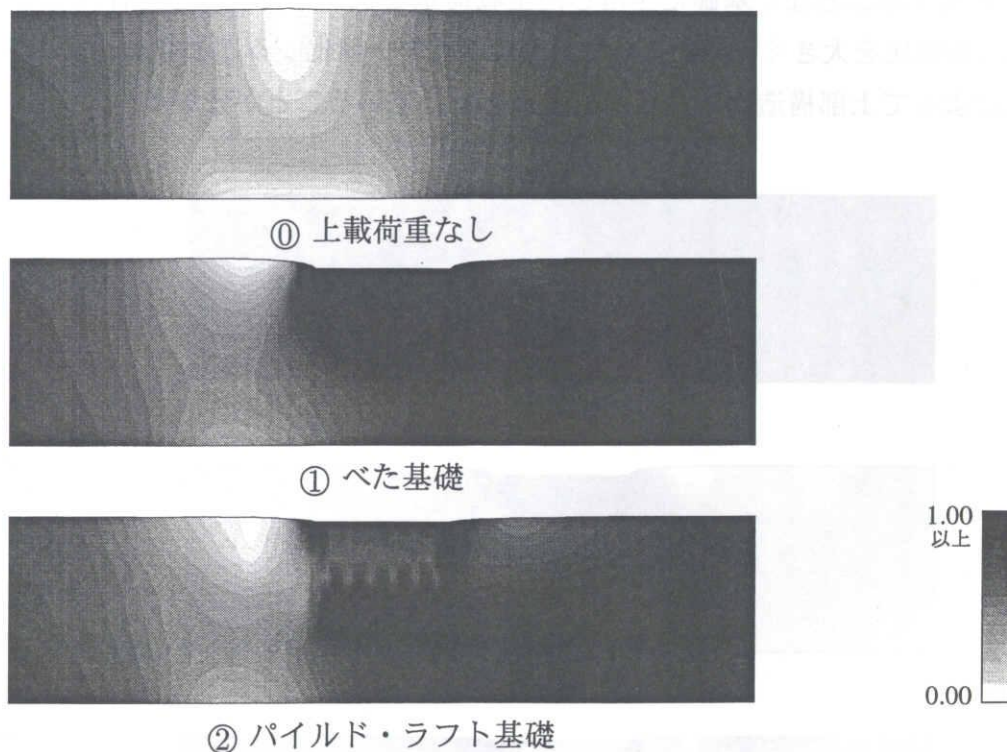


図 2.11: 液状化中における平均有効応力 p'/p'_{ini} の分布

本論文では砂質地盤の液状化により上部構造物に及ぼす被害は基礎の傾斜と考える。地盤下端部での水圧を一定に保ち砂質地盤の液状化を継続させる場合、水圧載荷部分の地表面では隆起が起こるので、図 2.12 に示すように基礎は傾斜する。パイルド・ラフト基礎

はべた基礎よりも傾斜を小さく抑え、液状化により上部構造物に及ぼす被害を低減している。

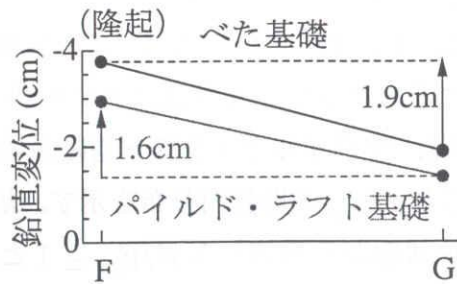


図 2.12: 基礎の傾斜 (液状化中)

図 2.13 は液状化中の比体積変化 Δv の地盤内分布である。図 2.11、図 2.13 に示す液状化時における砂質地盤内の応力状態と比体積の変化から、パイルド・ラフト基礎は杭間の地盤を圧縮することなく基礎に作用した上載荷重を杭先端付近の地盤深部に伝達して地盤深部の拘束圧を大きくするとともに、周辺地盤を一体化することによって、砂質地盤の液状化によって上部構造物に及ぼす被害を低減していることが分かる。

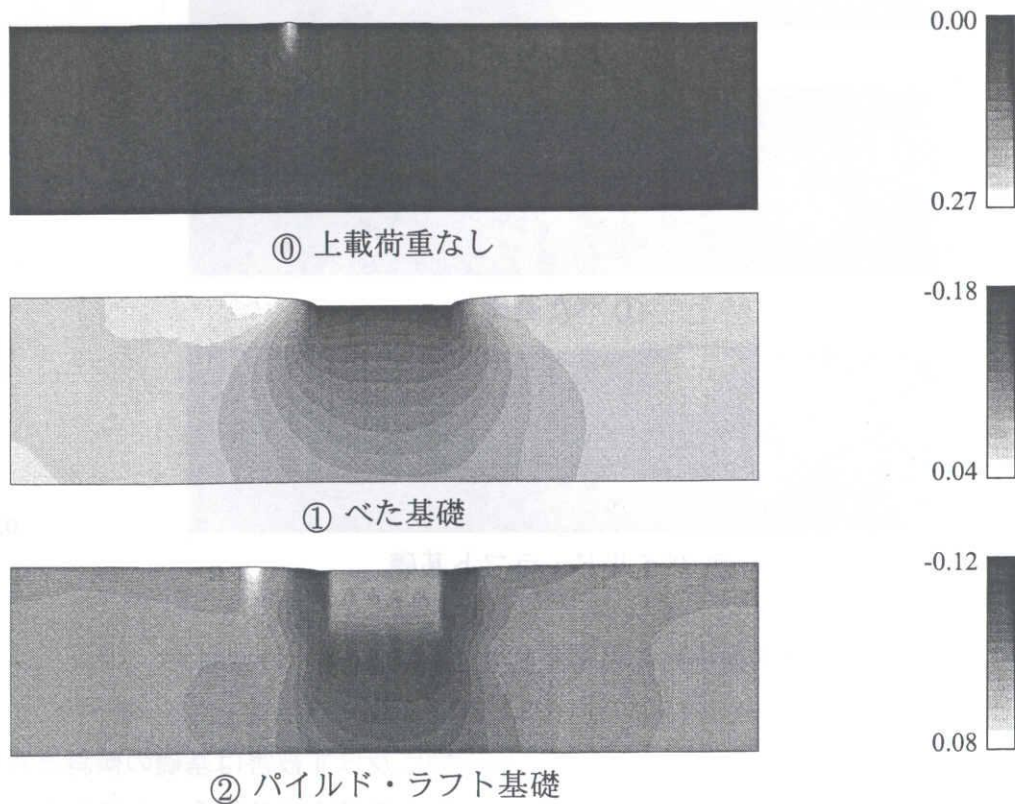


図 2.13: 液状化中における比体積変化 Δv の分布

(2) 液状化終息時

次に液状化が終息した状態を再現するため、水圧を急速載荷した後に水圧載荷部分を「非排水境界」に変更し、過剰水圧の消散を待つ。図 2.14 に液状化終息時の基礎の傾斜を示す。液状化が終息すると液状化中は隆起していた水圧載荷部分側の基礎端部 F では沈下が大きくなり、液状化中とは逆向きに基礎は傾斜している。しかしパイルド・ラフト基礎はべた基礎よりも全体の沈下量とともに傾斜を小さく抑えていることが分かる。

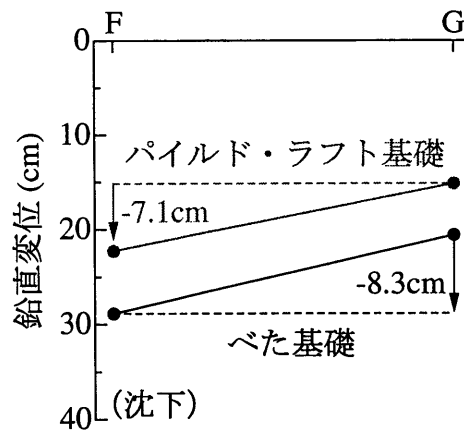


図 2.14: 基礎の傾斜 (液状化終息時)

2.4 結論

本章では、地盤の液状化を表現し、パイルドラフト基礎の液状化抑止効果について検討した。明らかになった事項を以下に示す。

- (1) 上負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成解析により、浸透力による液状化の表現と、液状化時の地盤内部の時間経過による変化を示した。
- (2) 砂質地盤において、パイルド・ラフト基礎は荷重を杭先端に伝えることにより地盤深部で変形が生じ、地盤上部の構造が壊れず比体積変化が少ないため沈下量をべた基礎の半分程度に低減する。
- (3) 液状化する砂質地盤において、パイルドラフト基礎は基礎直下及び基礎付近の液状化を抑止し、液状化域を構造物から遠ざける。
- (4) 特に大荷重載荷時にパイルドラフト基礎は沈下量や不同沈下量をよく低減するため、大規模構造物の建設時に有用である。

通常は沈下量低減効果が期待されるパイルド・ラフト基礎は、砂質地盤の液状化時に液状化域を構造物から離れた部分へ移動させるとともに、砂質地盤の液状化による上部構造物への被害低減に対して有効な基礎形式であることが分かった。

参考文献

- 1) Kakurai, M., Yamashita, K. and Tomono, M.: Settlement Behavior of Piled Raft Foundation on Soft Ground, *Proc. of 8th Asian Regional Conf. on S.M.F.E.*, Vol.1, pp.373-376, 1999.
- 2) 浅岡顕, 野田利弘, 山田英司, 高稲敏浩, 大野雅幸: 水～土連成解析によるパイルド・ラフト基礎の沈下抑制メカニズムの検討, 土木学会第54回年次学術講演会講演概要集, 3-A, pp.478-479, 1999.
- 3) 萩野芳章, 出村禧典, 加藤康司, 松田國夫: 六甲アイランド埋立地の摩擦杭で支持された構造物の地震時挙動解析, 土と基礎, Vol.44, No.3, pp.34-36, 1996.
- 4) 阿知波文夫: 臨海発電施設の軟弱地盤対策工法の開発に関する研究, 名古屋大学学位申請論文, 1996.
- 5) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 「砂と粘土の違い」に関する構造・過圧密の劣化過程から見た一考察, 第35回地盤工学研究発表会講演集, pp.573-574, 2000.
- 6) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 「砂と粘土の違い」に関する3軸非排水試験の弾塑性解析, 第35回地盤工学研究発表会講演集, pp.575-576, 2000.
- 7) 浅岡顕, 高稲敏浩: 各種構造物の実例にみる地盤改良工法の選定と設計—地盤改良と土質力学(その1), 土と基礎, Vol.47, No.1, pp.45-50, 1999.
- 8) 山田英司, 高稲敏浩, 水野和憲, 大野雅幸, 野田利弘: パイルド・ラフト基礎が設置された地盤の水～土連成弾塑性変形解析, 土木学会論文集 III-52, No.659, pp.113-128, 2000.
- 9) 浅岡顕, 野田利弘, 山田英司, 加藤しのぶ: パイルド・ラフト基礎による砂地盤の液状化抑止の有効性に関する水～土連成解析, 第35回地盤工学研究発表会講演集, pp. - , 2000.
- 10) 浅岡顕, 野田利弘, 山田英司, 加藤しのぶ: パイルド・ラフト基礎による液状化抑止効果に関する水～土連成計算, 地盤工学シンポジウム論文集, pp. - , 2000.
- 11) 高稲敏浩: 水～土連成有限変形計算による過圧密地盤の進行性破壊の解析とその抑止工法に関する基礎的研究, 名古屋大学学位申請論文, 1999.
- 12) 大野雅幸: 各種地盤条件・载荷条件に対するパイルド・ラフト基礎の有効性の検討, 名古屋大学修士論文, 1999.
- 13) 加藤しのぶ: パイルド・ラフト基礎による砂地盤の液状化抑止効果に関する研究, 名古屋大学修士論文, 2000.

3 砂質地盤の締固めに砂杭拡径を用いた地盤改良工法の数値解析

3.1 概説

間隙が水で飽和したゆるい砂質地盤は地震時に液状化の被害を受けやすいため、液状化対策として地盤改良工法が行われる。液状化防止工法としては専ら、砂の密度増加を期待して「締固め工法」が現場で多く用いられている。しかし、地盤を構成するゆるい砂の締固めメカニズムについては、未だ明らかにされていない。

ところで、野田ら¹⁾は、下負荷面カムクレイモデル²⁾が、構造を失った密あるいは比較的締まった砂に特徴的な正のダイレイタンシー特性を表現できることに着目し、本論文とほぼ同様の数値計算で同様の円筒拡径に伴う拡径過程を地盤に与えている。そして密あるいは比較的締まった砂質地盤でも、負のダイレイタンシーを伴って締まり、また実務で行われる拡径過程が施工に有効なことを述べている。しかし、下負荷面カムクレイモデルでは、構造が高位なゆるい砂が、構造喪失に伴う負のダイレイタンシー特性を表現できないため、ゆるい状態から密な状態にある各種初期状態の砂の締固めメカニズム、あるいはその特性について把握することができなかった。

そこで本章では、ゆる詰め砂から密詰め砂までのせん断特性を、初期に砂が有する構造の程度と過圧密の程度ならびに、それらの喪失の仕方で定量的に表現することができる「上負荷面カムクレイモデル」を用いた水～土連成解析により、ゆるい砂質地盤の締固めメカニズムについて、構造の喪失と過圧密の解消・増加に注目して考察する。

次に、本論文で対象にする締固め工法は、振動を用いない砂杭造成によって砂質地盤を締め固める「静的締固め砂杭工法³⁾」を採用する。砂質地盤の締固め工法には、砂杭拡径に振動を用いるサンドコンパクションパイル（SCP）工法があるが、この静的締固め砂杭工法は、軟弱地盤対策としてのSCP工法の施工法を改善した工法で、SCP工法と同等の改良効果も確認されている。ここで、簡単に両者の違いを述べておく。両者の最も異なる点である「振動」について、図3.1に示すように、SCP工法は、パイプロハンマーの起振力でケーシングの貫入（あるいは、押込み）を行い、引抜きにはワイヤーの巻上げによって行う。一方、静的締固め砂杭工法では、貫入・引抜きともケーシングパイプを回転させつつ強制昇降装置によって行う。ケーシングパイプを回転させることで、地盤との間に発生する鉛直方向の周面摩擦力を抑えるようにしているが、実際には、完全に摩擦力がゼロになることは考えられず、また改良対象の砂質地盤の初期状態や砂杭造成速度などの境界条件の違いによって、摩擦力の大きさも異なることが考えられる。本論文ではこの点についても考察する。

次に、静的締固め砂杭工法の砂杭造成手順を簡単に紹介する（図3.2参照）。

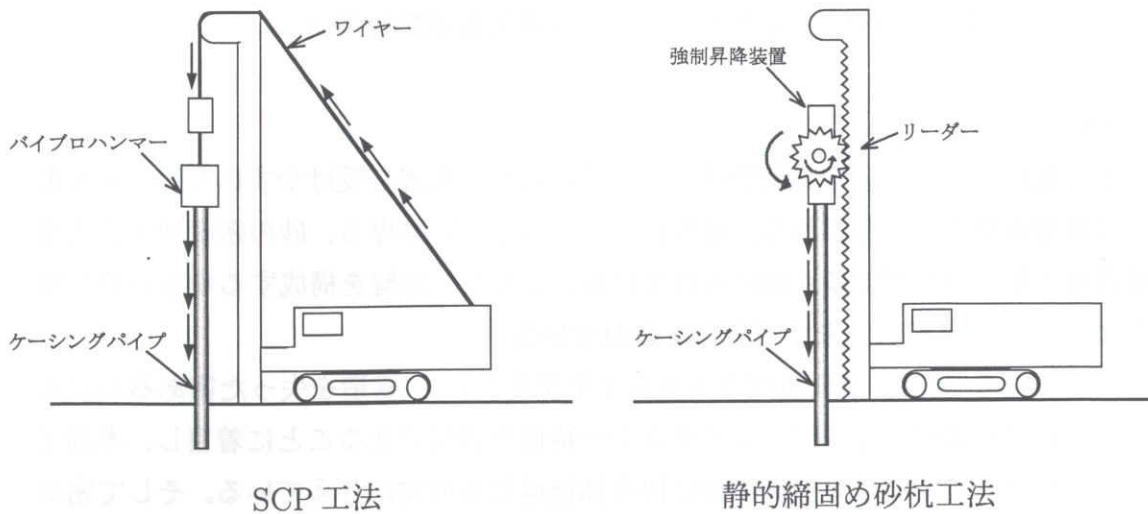


図 3.1: SCP 工法と静的締固め砂杭工法の違い⁴⁾

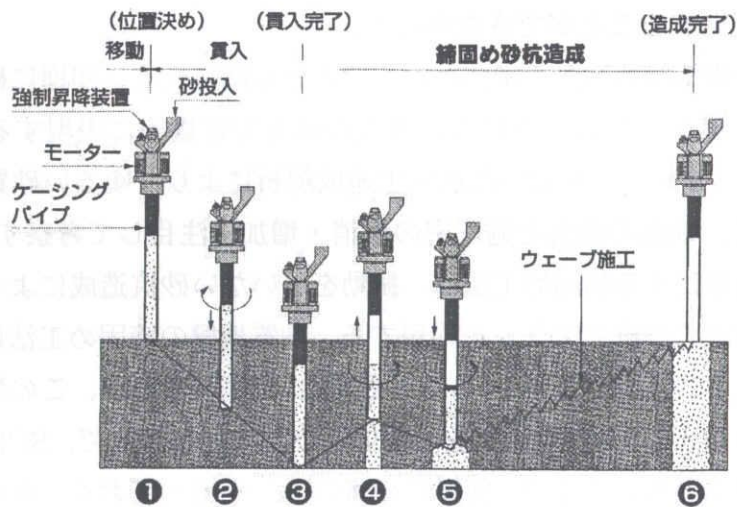


図 3.2: 静的締固め砂杭工法造成手順⁴⁾

- ① ケーシングを所定位置に据え、一定量の砂を投入する。
- ② ケーシングを回転させながら地中に貫入する。
- ③ 所定深度まで貫入する。
- ④ ケーシングを規定の高さに引き上げ（引抜き）ながら、ケーシング内の砂を排出する。
- ⑤ ケーシングを打ち戻し（押し込み）、排出した砂を円筒拡張し、周囲の地盤を締め固める。
- ⑥ ④、⑤を細かく地盤上部まで繰り返して、砂杭を造成する。

SCP 工法では、上記④のケーシング引き上げに約3m、その後の⑤ケーシング打ち戻しが約2mであるので、一回の砂杭造成高さは差し引き1mであるのに対し、静的砂杭工法では、④のケーシング引き上げに約50cm、⑤のケーシング打ち戻しが約30cmであるので、一回の砂杭造成高は20cmと、SCP工法に比べ、砂杭直径を（地盤深部から地盤上部まで繰り返し）細かく行っている。この点も、静的締め固め砂杭工法との大きな違いである。

本論文では、このような砂杭造成過程を考慮して、④のケーシング押込みによる「拡張過程」と③のケーシング引抜きを想定した「除荷過程」を地盤下部から段階的に繰り返す過程と見なし、それを再現する境界条件を砂質地盤に与えて計算する。そして、締め固めた後の砂質地盤の改良効果を、施工前後での地盤内の砂のせん断特性変化や側圧係数変化の観点から調べる。

また、砂杭直径による地盤の締め固めを行う土は通常砂で、「締め固め材」である。しかし現場では、砂に細粒分が15%以上含まれると締まりにくいと言われる³⁾。これは、細粒分が多い場合はより粘土のような「圧密材」の挙動に近づくためであると考えられる。そこで、細粒分の多さ(粒径や粒度分布)と言った物理特性と上負荷面カムクレイモデルで用いる弾塑性パラメータとの関係について調べ、締まりやすい砂、締まりにくい砂についても検討する。

最後に、本章の構成を述べる。

3.2節では、本章で計算する砂質地盤の初期状態の設定、砂杭造成過程の数値計算手順について述べ、3.3節では、ゆるい砂質地盤の締め固めメカニズムについて述べる。ここでは、中程度に締まった砂質地盤、密な砂地盤との締め固め効果の比較も行う。また、締め固められた砂質地盤の評価法についても述べる。3.4節では、構造劣化のしやすさや、過圧密の解消のしやすさが、砂質地盤の締め固め挙動にどのような影響を与えるのかについて述べ、締まりやすい砂と締まりにくい砂を検討する。3.5節では、拡張速度や砂置換率を変えた場合の締め固め特性について述べ、3.6節で本章の結論を述べる。

3.2 砂質地盤の初期状態の設定と計算条件

3.2.1 締め固め対象としての砂質地盤の設定

(1) 材料定数

計算に用いた砂の材料定数(弾塑性パラメータ)は、三重県松阪港香良洲地区で採取される砂を参考にし、各種土質試験から表3.1に示すように決定した。表3.1中の正規圧密土化指数 m と構造劣化指数 m^* は、それぞれ過圧密解消の速さと構造喪失の速さを示す材料定数を表すが、砂の力学挙動をうまく表現するため、構造喪失が過圧密解消に卓越するような値を選んでいる。また計算では、初期密度に応じて、ゆるい砂(以下、「①:ゆるい砂」と呼ぶ。)、中程度に締まった砂(以下、「②:中位な砂」と呼ぶ。)、密に詰まった砂(以下、「③:密な砂」と呼ぶ。)の3種類の状態を設定している。これら砂質地盤の

初期構造の程度 $1/R_0^*$ と初期過圧密比 $1/R_0$ の値を表 3.2 に示すが、上述したように、ゆるい砂は構造が高位で、密な砂は構造が低位としている。

表 3.1: 材料定数

圧縮指数 λ	0.045
膨潤指数 κ	0.010
限界状態定数 M	1.45
$p' = 98$ (kPa) における比体積 N	1.685
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (m/sec)	3.0×10^{-4}
土粒子の密度 ρ_s (kN/m ³)	26.17
正規圧密土化指数 m	0.04
構造劣化指数 m^*	0.9
初期過圧密比 $1/R_0$	表 3.2 参照
初期構造の程度 $1/R_0^*$	表 3.2 参照
地盤の初期比体積 v_0	表 3.2 参照

表 3.2: 砂質地盤の初期状態の設定

初期状態	初期構造の程度 $1/R_0^*$	初期過圧密比 $1/R_0$	初期比体積 v_0
① ゆるい	10.0 ($R_0^*=0.10$)	2.0 ($R_0=0.50$)	1.75
② 中位	7.0 ($R_0^*=0.14$)	5.0 ($R_0=0.20$)	1.70
③ 密	2.0 ($R_0^*=0.50$)	10.0 ($R_0=0.10$)	1.63

(2) 砂質地盤の初期状態の設定と初期比体積の異なる砂の力学挙動

計算で対象にした砂質地盤の初期状態は、砂杭拡径による締固め工法を用いる地盤を参考にして決めた。砂杭造成位置も含めた模式図を図 3.3 に示す。なお、砂杭造成の施工仕様および方法については、次小節で述べる。

地盤上には不飽和土層 2m およびサンドマット 0.5m 分の上載圧が鉛直に作用しているものとし、上載圧と砂の自重から地盤内の応力と比体積を決定する（付録 A10 参照）。すなわち、この上載圧と砂の自重のもと、砂質地盤が初期に有する構造の程度 $1/R_0^*$ と地盤内のある地点での比体積を与えることで、初期過圧密比 $1/R_0$ が決定でき、密度（締まり具合）が異なった地盤の初期状態を設定できる。なお、 $1/R_0$ 及び $1/R_0^*$ は不均質に分布させることができるが、ここでは簡単のため地盤内全域で一様に分布させている。

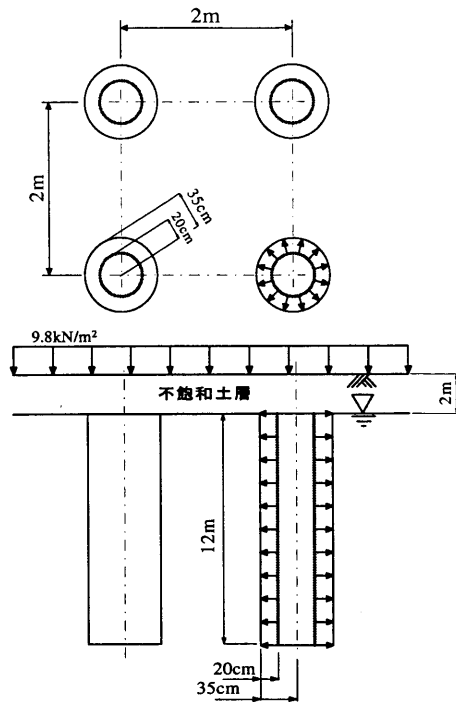


図 3.3: 砂杭及び周辺地盤の模式図

以上から、各砂質地盤の初期状態として、地盤の深さ方向に対する初期平均有効応力分布 p'_{ini} 、初期間隙水圧分布 u_{ini} 、初期比体積分布 v_{ini} は図 3.4 のようになり、地盤全体の平均的な初期比体積 v_0 は表 3.2 のようになる。

また側方応力の鉛直応力に対する初期側圧係数は、簡単のため、各砂質地盤とも表 3.1 の弾塑性パラメータから求まる $K_0=0.81$ を仮定した¹⁾。

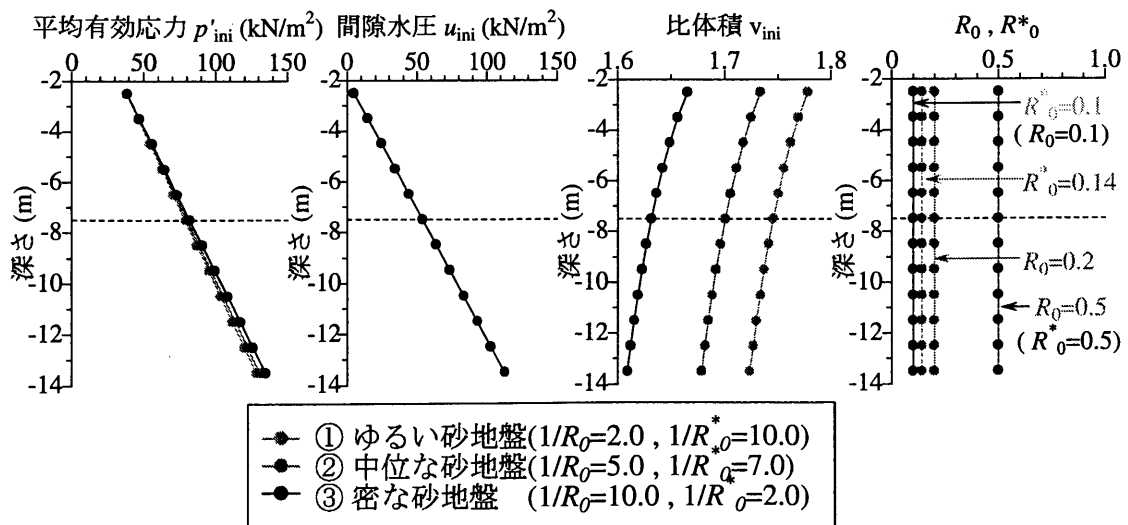


図 3.4: 地盤の初期状態

さて、このようにして各初期状態を決めた砂が、どのようなせん断挙動を示すのか、具体的に地盤の深さ中央部 (図 2.2 での点線部分) における砂要素の非排水せん断特性をとりあげて述べる。これは、第 2 章と同様の方法で、前述した構成式に、図 4.1 (再掲) のような非排水条件下の一様せん断場 (等体積せん断) を与え、差分的に数値積分を行ったものである。

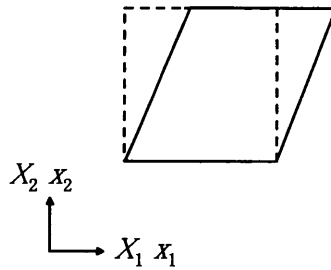


図 3.5: 等体積せん断試験 (再掲)

図 3.6 に①ゆるい砂、図 3.7 に②中位な砂、図 3.8 に③密な砂の結果をそれぞれ示す。図は以下の 5 つに整理している。

- (i) せん断応力 q \sim せん断ひずみ ε_s 関係、
- (ii) せん断応力 q \sim 平均有効応力 p' 関係、
- (iii) $R, R^* \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係
- (iv) 比体積 $v \sim$ 平均有効応力 p' 関係
- (v) $M_s, \eta' \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係

なお図中で、 η' は、せん断応力 q と平均有効応力 p' の比 ($\eta' = q/p'$) を表し、また同図には構造の程度 R^* と過圧密の程度 R の関数である M_s の動きと M (=「定数」) も示してある。 M はカムクレイモデルでの限界状態定数で、塑性圧縮と塑性膨張の分水嶺となる応力比を表し、 M_s は硬化・軟化の分水嶺となる応力比を表す。 M_s はせん断とともに変化し、塑性変形に伴う構造劣化と過圧密解消によって最終的に M に一致する。これによって、 M_s と M がとりうる領域の中で、当該要素の応力状態がどの領域に存在しているかわかる。その他の記号については、表 3.3 の通りである。

表 3.3: 記号の説明

せん断応力 q :	せん断ひずみ ε_s :
$q = \sqrt{3\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}/2}$	$\varepsilon_s = \sqrt{2\mathbf{e}' \cdot \mathbf{e}'/3}$
$\mathbf{S} = \mathbf{T}' - p'\mathbf{I}$	$\mathbf{e}' = \mathbf{e} + \frac{1}{3}(\text{tr } \mathbf{e})\mathbf{I}$
	\mathbf{e} : Euler ひずみ
平均有効応力 p' :	比体積 v :
$p' = -\text{tr } \mathbf{T}'/3$	$v = 1 + e = v_0 \cdot \det \mathbf{F}$
	e : 間隙比
R^*, R :	v_0 : 初期比体積
R^* : 構造の程度	\mathbf{F} : 変形勾配テンソル
R : 過圧密比の逆数	

図 3.6 (① ゆるい砂) をみると、せん断初期からせん断ひずみ が約 8%まで (A → B → C) は $\eta' < M$ であるため、せん断には塑性圧縮が生じるが、急激な構造喪失 (R^* の増加) を伴って、ごく初期 $\eta' < M_s$ で硬化 (A → B) 後、すぐに $M < \eta' < M_s$ (B → C) の間で軟化を示す。すなわち、構造喪失に伴った限界状態線下側で塑性圧縮軟化が生じる。それ以降 (C 以降) は構造をほとんど完全に喪失 ($R^*=1$) し、 $M < \eta'$ に応力状態を移した後、塑性膨張の発生とともに、 $\eta' < M_s$ でわずかに硬化を示す。この塑性膨張を伴う硬化挙動は、構造がほとんど完全に喪失した状態で過圧密状態が続くためであるが、ゆるい砂ほどこの塑性膨張硬化挙動は少ししか示さない。つまり、限界状態線下側での塑性圧縮軟化が顕著なこの挙動は、まさに「ゆるい砂」に特徴的な挙動⁸⁾ を表していると言える。なお、さらにせん断が進んで過圧密が完全に解消すれば、 $\eta' = M_s = M$ となり、砂は完全塑性挙動を示す。

図 3.7 (② 中位な砂) の挙動をみると、図 3.6 と同様に $M_s < \eta' < M$ の間 (A → B)、限界状態線下側で塑性圧縮軟化が生じるが、その後、 $M < \eta' < M_s$ の間 (B → C) で塑性膨張硬化を明確に示している。つまり、限界状態線下側で軟化を示した後に、上側に有効応力状態を移して硬化を示している、この挙動は、まさに「中位な砂」の挙動⁸⁾ を表している。

最後に、図 3.8 (③ 密な砂) をみると、常に $M_s > M$ であるために軟化を示すことはなく、 $\eta' < M$ (A → B) では塑性圧縮を、 $\eta' > M$ (B → C) では塑性膨張を伴って硬化が起きる。この軟化を示さない挙動は、「密な砂」の挙動⁸⁾ を特徴的に表している。なお、初期の有効応力経路で、平均有効応力 p' の減少が若干大きい、これは砂の構造が初期にあること ($R^*=0.5$) と、降伏関数にカムクレイ型を用いていること等が考えられるが、後者については本論文の対象外である。

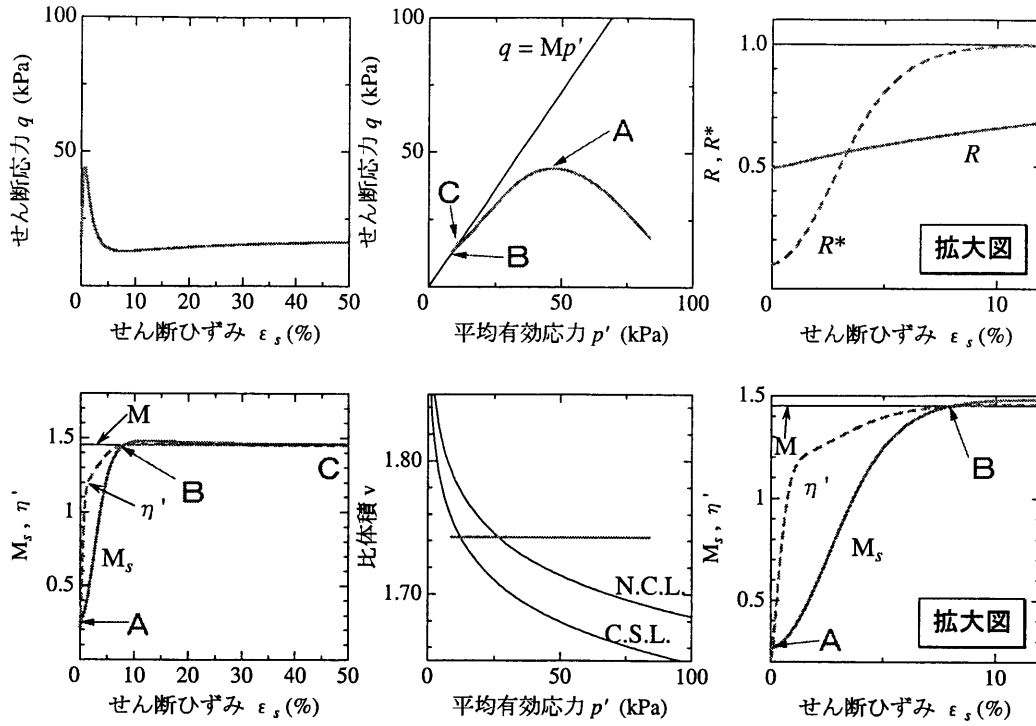


図 3.6: 非排水せん断応答 (①:ゆるい砂)

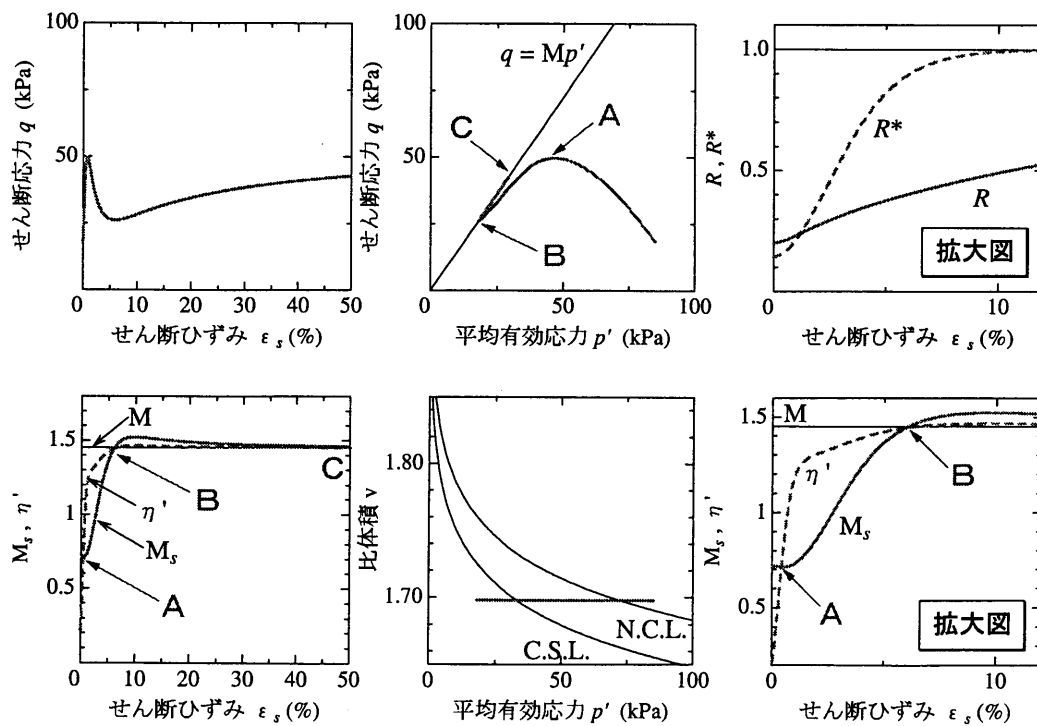


図 3.7: 非排水せん断応答 (②:中位な砂)

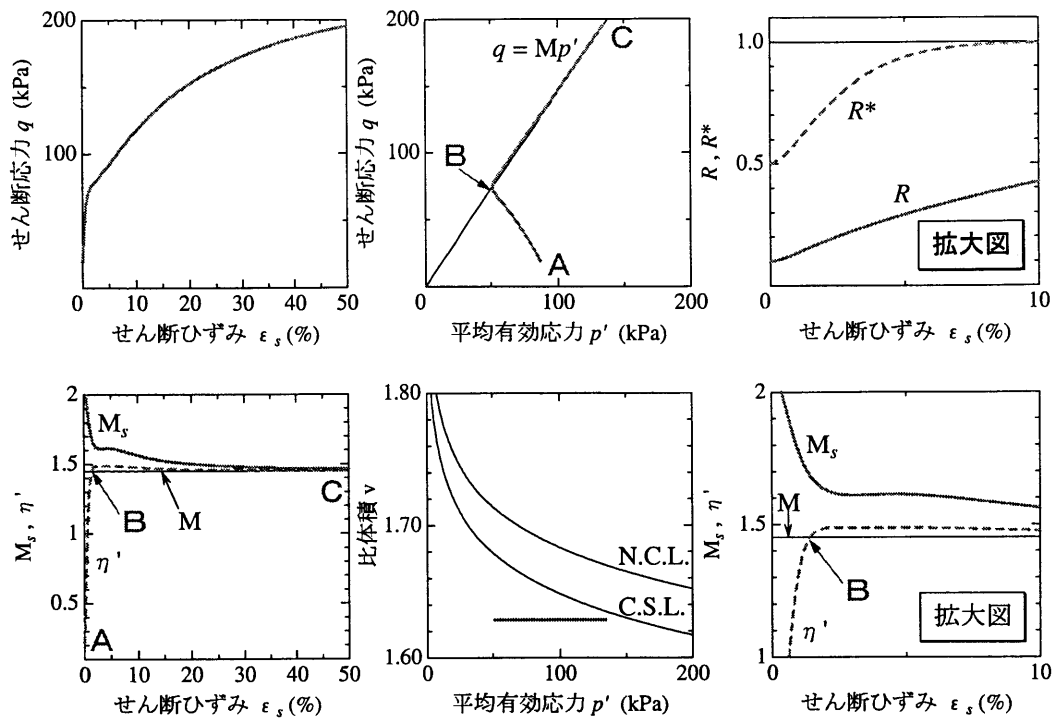


図 3.8: 非排水せん断応答 (③:密な砂)

3.2.2 砂杭造成過程の数値計算手順

図 3.3 に示したように、砂杭拡径による締固め工法の施工実績を考慮して、砂質地盤（層厚 12m）に対し、半径 20cm のケーシングパイプを用いて、杭間隔 2m（置換率 12%）、半径 35cm、長さ 12m の砂杭 1 本を約 15 分で造成する場合を想定する。実施工では、ケーシングパイプを回転させることで地盤との間の摩擦を切りながら所定の深さまで貫入する。その後、地盤の深部より地表面に向かって順次ケーシングパイプの回転を伴う引抜きと打戻しを繰り返しながら、半径 20cm から半径 35cm まで砂杭を拡径する。??で述べたように、振動を用いるサンドコンパクションパイル（SCP）工法では、1 回の回転引抜き～打戻しを経て拡径される砂杭高さが 1m 程度であるのに対し、この工法では 20cm 程度である。また実務では拡径時に地盤はケーシングとほとんどすべりが生じないまま盛り上がるようとするため、地盤と砂杭あるいはケーシングパイプの間に周面摩擦力が発生するが、ケーシングパイプの回転を伴う引抜き時に、拡径時に発生した周面摩擦力は小さくなると考えられる。

以上のことを考慮しながら、本計算では以下のように計算条件を設定した。地表面からのケーシング初期貫入による地盤の乱れはないものと仮定して、地盤の初期状態を与える。また、実施工では隣り合う砂杭が同時に造成されることはないため、実際の締固め効果にはその施工履歴も影響すると思われるが、ここでは、最も簡単な条件を考えて、一本の造成過程を軸対称条件で仮定して計算する。さらに、実際は砂質地盤・砂杭・ケーシ

グ三者の相互作用の結果、砂質地盤の変形も決まるため、三者を連立して解く必要があるが、砂質地盤だけを解いている。図 3.9 にはその有限要素メッシュ（縦 60 × 横 10 要素）と境界条件を示している。砂杭が造成される側の地盤の境界（左側）を排水条件とし、砂杭拡張は強制水平変位を与えることで表現する。また、拡張時は鉛直変位も固定し、ケーシングパイプの引抜き時は、地盤とケーシングあるいは砂杭間の周面摩擦力が除荷されるものと考え、以下で示す 1)~3) の過程で砂杭造成過程をシミュレートする¹⁾。なお、周面摩擦力については、3.3 で考察する。

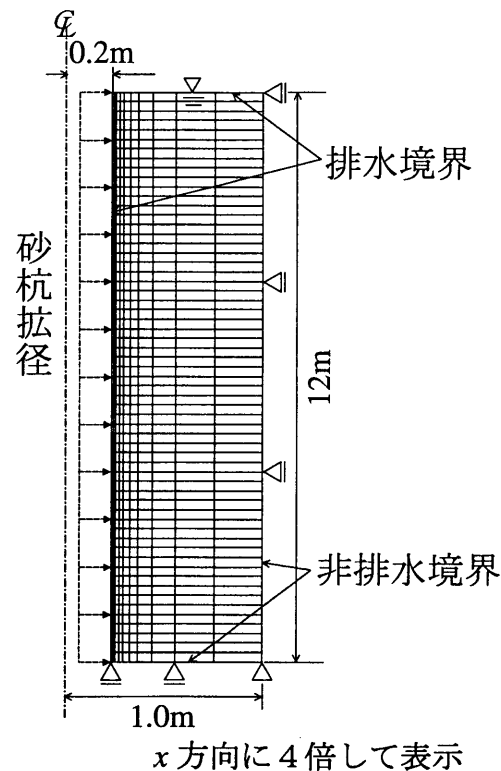


図 3.9: 有限要素メッシュ

A. 拡張過程

地盤最深部の左側下端の節点を一定時間で右側に 3cm の強制水平変位を与える。これを 1 段階目の拡張とする。次に 2 段階目として、この節点と 1 つ上の節点に強制水平変位を同時に与える。この方法で、上の節点へ順に 5 段階分の強制変位を定率で与えると、下から 5 節点分が側方に移動し、一番下の節点位置が 15cm (=3cm×5 段階) 拡張されたことになる。(図 3.10 参照)

B. ケーシング引抜きに伴う除荷過程

A. によってある所定位置が 15cm 拡張した後、ケーシング引抜きを想定して砂杭

及びケーシングと地盤の間に生じる鉛直方向の周面摩擦力を「除荷」する。すなわち鉛直方向は、A. での変位固定条件から荷重境界条件にすると同時に、地盤が受けていた鉛直方向の力を逆向きに作用させる。ただし、砂杭について剛体的に力のつりあいを考えると、拡径時に地盤から周面摩擦力を上向きに受ける砂杭部は、自重がその摩擦力と逆向きに作用する力として働く。つまり、どれだけの砂杭がこの周面摩擦によって支えられるかは砂杭も合わせて問題を解かないと決まらないが、もし砂杭すべてが周面摩擦で支えられていたとすると、徐荷時にはこの自重分も取り除くことになるので、地盤は実際の施工時よりも少し多めに除荷されることになる。なお、この場合、過剰な除荷量は高々砂杭1本分の重量で、後述するように機械の押し込み力に比べて小さい。また砂杭部に下向きの摩擦力が作用している場合は、砂杭の自重と同じ向きなので、この限りでない。以後、A. において15cm 拡径が左端境界部の各節点で下から順に行われる毎に除荷計算を行う。

C. 拡径・除荷繰り返しと圧密放置過程

A.、B. の過程を砂質地盤上部まで繰り返せば（計65段階）拡径が終了となるが、拡径中には地盤内部に過剰水圧が発生するので、最後に地盤内に残存する過剰水圧が消散するまで圧密放置させる。

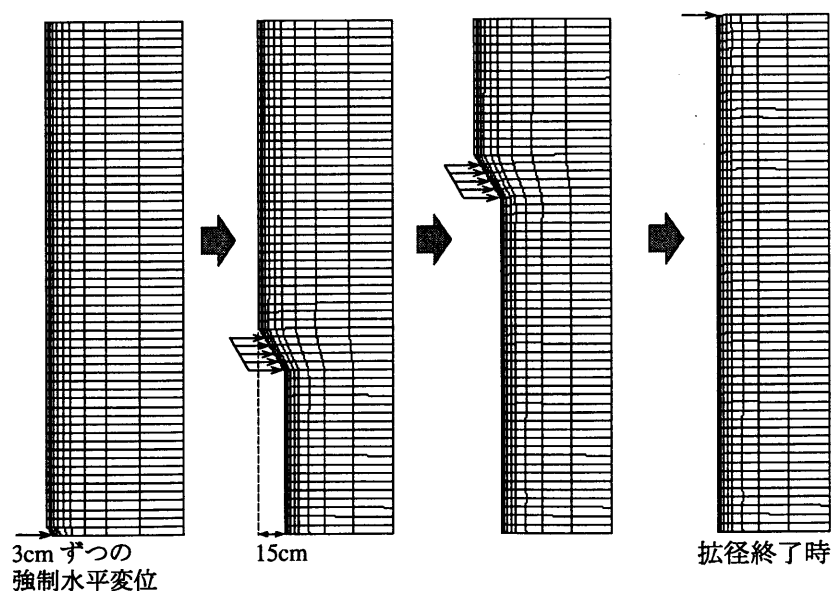


図 3.10: 拡径の方法

本計算では、A. の1段階当たりの拡径時間を10秒とし、B. の除荷には4.2秒とした。これにより、各節点が15cm 拡径されるのに必要な時間は50秒となり、1本の砂杭を造成するのに必要な総時間は約15分となる。

3.3 砂杭拡径による砂質地盤の締固め挙動とその改良効果の検討

砂杭拡径による砂質地盤の締固め挙動を把握するため、まず、締固め対象とされる①ゆるい砂質地盤の、砂杭拡径による締固めメカニズムの解明について、必要に応じて②中位な砂、③密な砂の地盤の締固め挙動との比較も行いながら検討する。また、その改良効果の評価として、

- (1) 砂杭造成前後の側圧係数の変化
- (2) 砂杭造成前後のせん断特性の変化

の2項目を挙げ、最後に砂質地盤における地盤改良工法の工法原理について考察する。

3.3.1 砂杭拡径による砂質地盤の締固め挙動

まず、地盤全体の平均比体積の変化および砂質地盤への押し込み力について検討する。図3.11には、各砂質地盤における拡径位置～押し込み力関係、比体積変化～拡径位置関係を示し、表3.4には、各砂質地盤における砂杭造成後の比体積減少量、押し込み力の最大値、及び地表面の最大隆起量を示す。

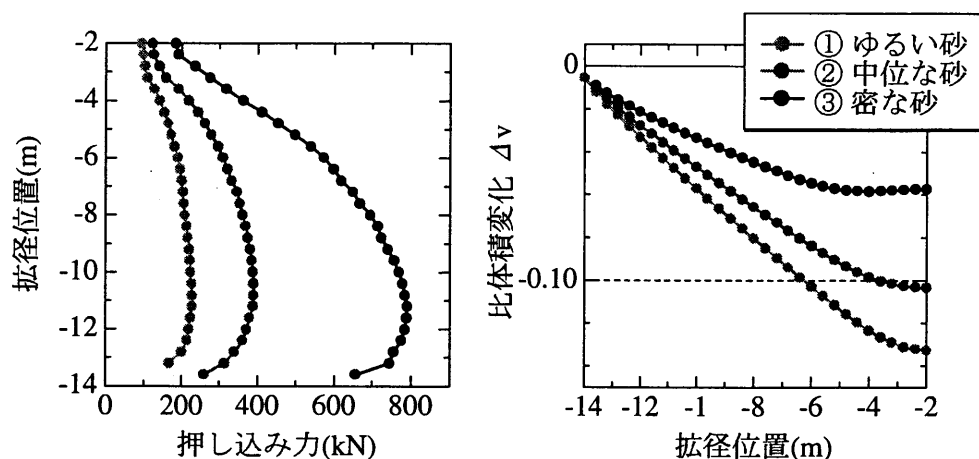


図 3.11: 各ケースの拡径位置～押し込み力、比体積変化～拡径位置関係

表 3.4: 各ケースの比体積減少量、押し込み力の最大値、地表面の最大隆起量

ケース	比体積減少量	押し込み力の最大値	地表面の最大隆起量
① ゆるい砂	0.132	228.5 kN	13.54 cm
② 中位な砂	0.103	390.3 kN	33.60 cm
③ 密な砂	0.057	790.7 kN	67.42 cm

ここで、図 3.11 の比体積変化、表 3.4 の比体積減少量については、地盤全体の平均的なものを示し、拡径位置とは、拡径開始時（地表面下-14m）から拡径終了時（地表面下-2m）までの間で、側方から強制変位を受けている節点の中で 15cm 拡径された節点の位置を示している。また押し込み力とは、その位置での拡径中の砂杭（側方から強制変位を受けている節点。以後、この部分を「拡径部」と呼ぶ。図 3.12 参照）およびケーシングパイプ（以後、この部分を「ケーシング部」と呼ぶ。図 3.12 参照）と地盤との間に発生する周面摩擦力を層厚に対して積分した値で、すでに打設された砂杭（以後、この部分を「砂杭部」と呼ぶ。図 3.12 参照）と地盤との間に発生する周面摩擦力は含まれていない。この押し込み力は砂杭拡径（=ケーシングの押し込み）によって生じたもので、つまり拡径中の砂杭が地盤に作用している力に相当するものと考えられる。

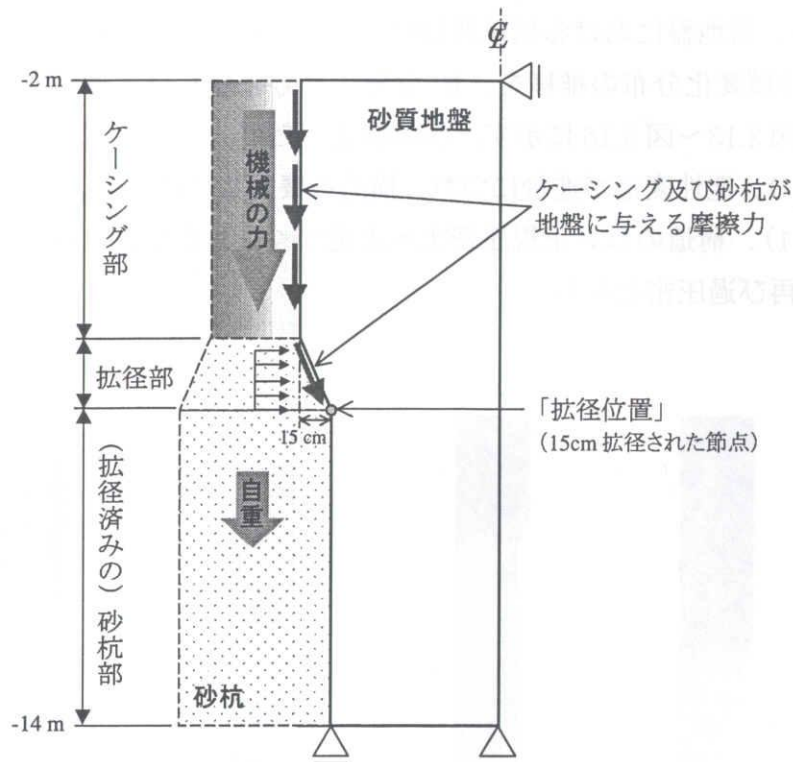


図 3.12: 拡径中の模式図と各部の名称

なお実施工では、ケーシングパイプと地盤との間に摩擦が生じないようにケーシングパイプを回転させながら押し込みを行う。本計算では、図 3.9 で示したメッシュの左端全節点の鉛直方向を拘束させているので、これによって、ケーシング押し込み時にはその反力として摩擦力が発生してしまうが、その後のケーシングの引抜きによって発生した摩擦力と逆向きの力を与えることで、摩擦力を除荷させている。

これらの結果より、構造が低位の③ 密な砂に比べて構造が高位な① ゆるい砂ほど砂杭
 拡径に要する力は少なくすみ、比体積減少量が大きく、最大隆起量が小さい。現場で蓄
 積された観測データから経験的に、砂杭造成後、地盤全体で比体積が約0.1程度減少する
 と締固め効果が得られると言われている⁹⁾。このことから砂質地盤の初期状態がゆるい
 ほど締固め効果が十分に得られ、逆に初期に密な状態の砂は、あまり締固め効果が得られ
 ていないことがわかる。またどのケースにおいても、土被り圧の大きい地盤深部において
 最大の押し込み力を発揮するが、この押し込み力の最大を、施工機械が必要とする押し込
 み力以内であれば施工可能となる。表3.4に各ケースにおける押し込み力の最大値をまと
 めておく。現場でよく用いられる施工機械の最大押し込み力は約400kN程度と言うこと
 から、密な砂質地盤では通常の施工機械の能力を超えてしまう結果となる。また、その後
 は地盤の土被り圧も小さくなっていくため、摩擦力も小さくなる。

次に、① ゆるい砂質地盤における拡径開始時から圧密終了時（拡径が終了してから約
 8秒後）までの比体積変化分布の推移を、 R^* 分布、 R 分布ならびに過剰水圧分布の推移
 とともにそれぞれ図3.13～図3.16に示す。なお前述したが、 R^* 、 R については、ともに
 0～1の間で値をとり、塑性変形が進むにつれ、構造を喪失し（ $R^* \rightarrow 1$ 、非可逆）、過圧密
 を解消して（ $R \rightarrow 1$ ）、構造のない正規圧密土へと近づく。しかし、 R は除荷が起きれば
 その値は減少し、再び過圧密となる。

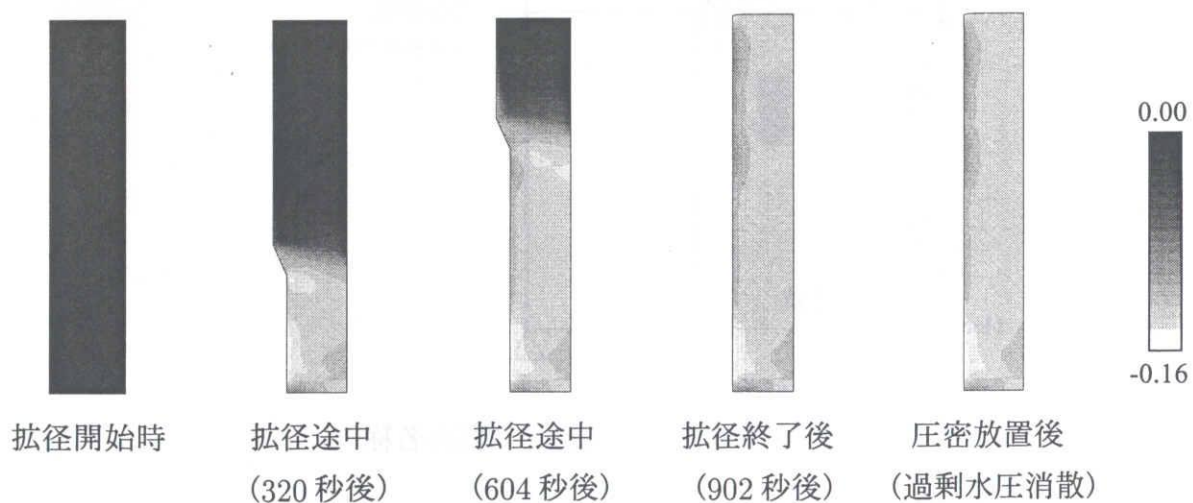


図 3.13: 比体積変化分布

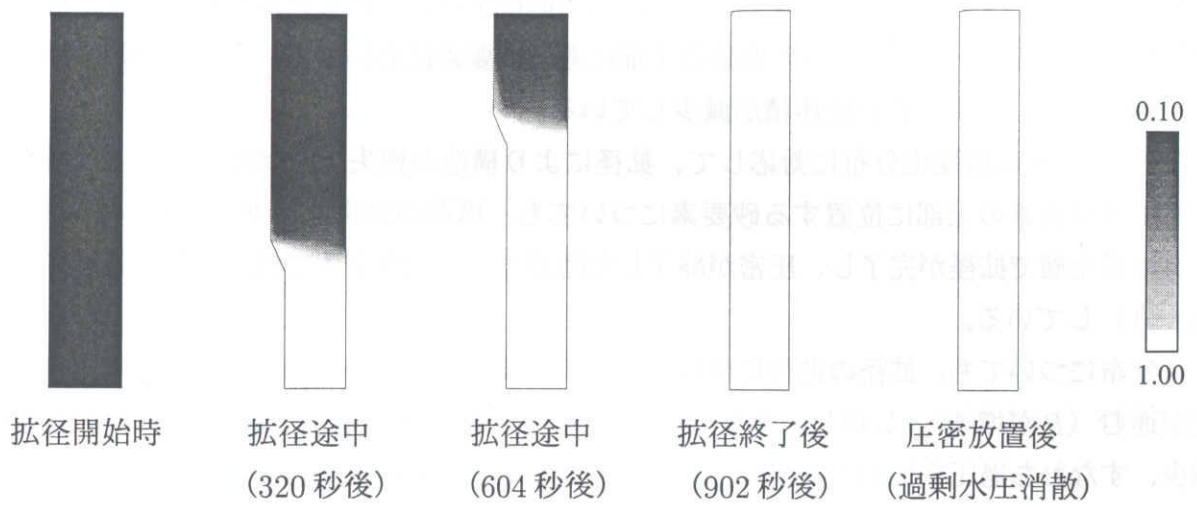


图 3.14: R^* 分布

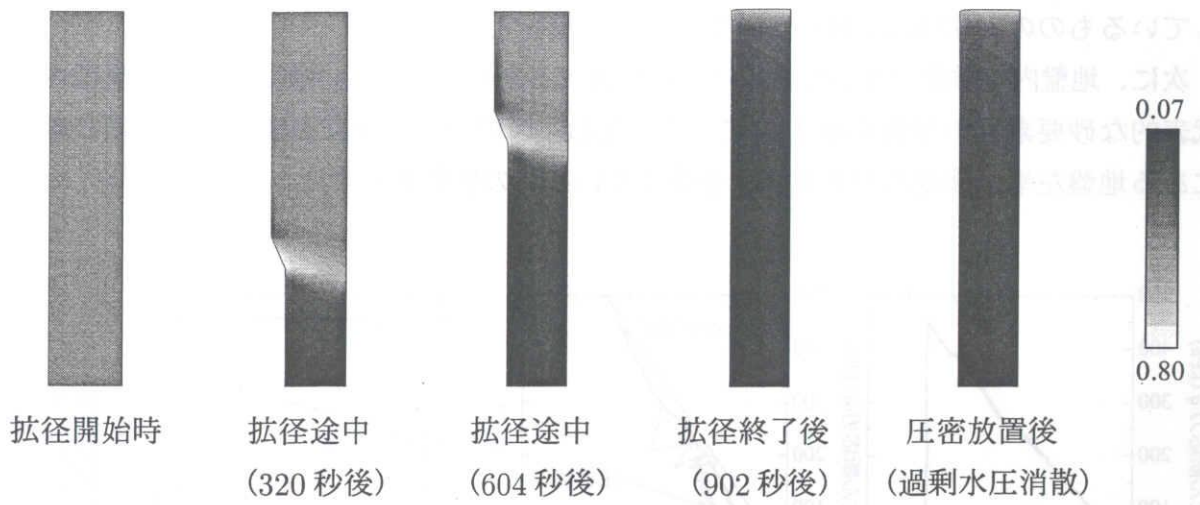


图 3.15: R 分布

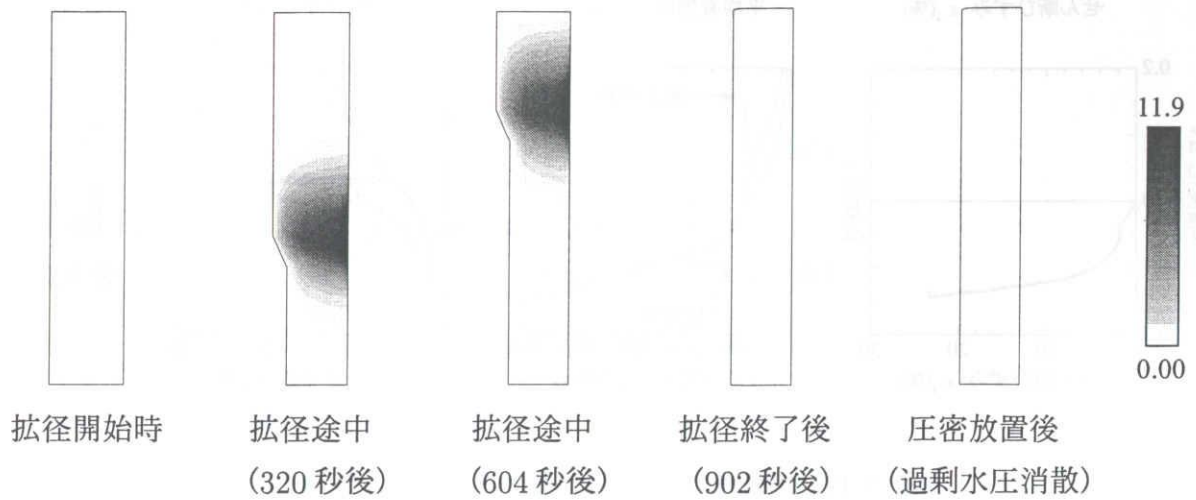


图 3.16: 过剩间隙水压分布 (单位: kPa)

比体積変化分布をみると、地盤深部から拡張が進行するにつれて比体積減少もまた地盤深部から現れている。拡張中の砂要素の上部にある砂要素においても、拡張を受けていないにもかかわらず、若干比体積が減少している。

R^* 分布も比体積変化分布に対応して、拡張により構造が喪失 (R^* が増加) している。拡張中の砂要素の上部に位置する砂要素についても、構造の喪失が徐々に進行している。砂質地盤全層で拡張が完了し、圧密が終了した時点では、地盤全体でほとんど構造を喪失 ($R^*=1$) している。

R 分布についても、拡張の進行に伴い、周辺の砂要素は過圧密を解消して、正規圧密土化が進む (R が増加)。しかし、その後のケーシング引抜きを想定した除荷によって R は減少、すなわち過圧密比 ($1/R$) が増加し、圧密終了時には拡張前に比べ、より過圧密な地盤に変化している。

過剰間隙水圧については、強制変位を与えている部分で、拡張時に最大約 12kPa 発生しているものの、拡張完了後約 8 秒で直ちに消散している。

次に、地盤内の挙動についてさらに詳細に調べるため、①ゆるい砂質地盤内中央深さの代表的な砂要素 A の挙動を図 3.17 に示す。なお、図中の濃い線は当該要素 A と同じ深さにある地盤左端の砂要素が強制変位を受けている間の挙動を示す。

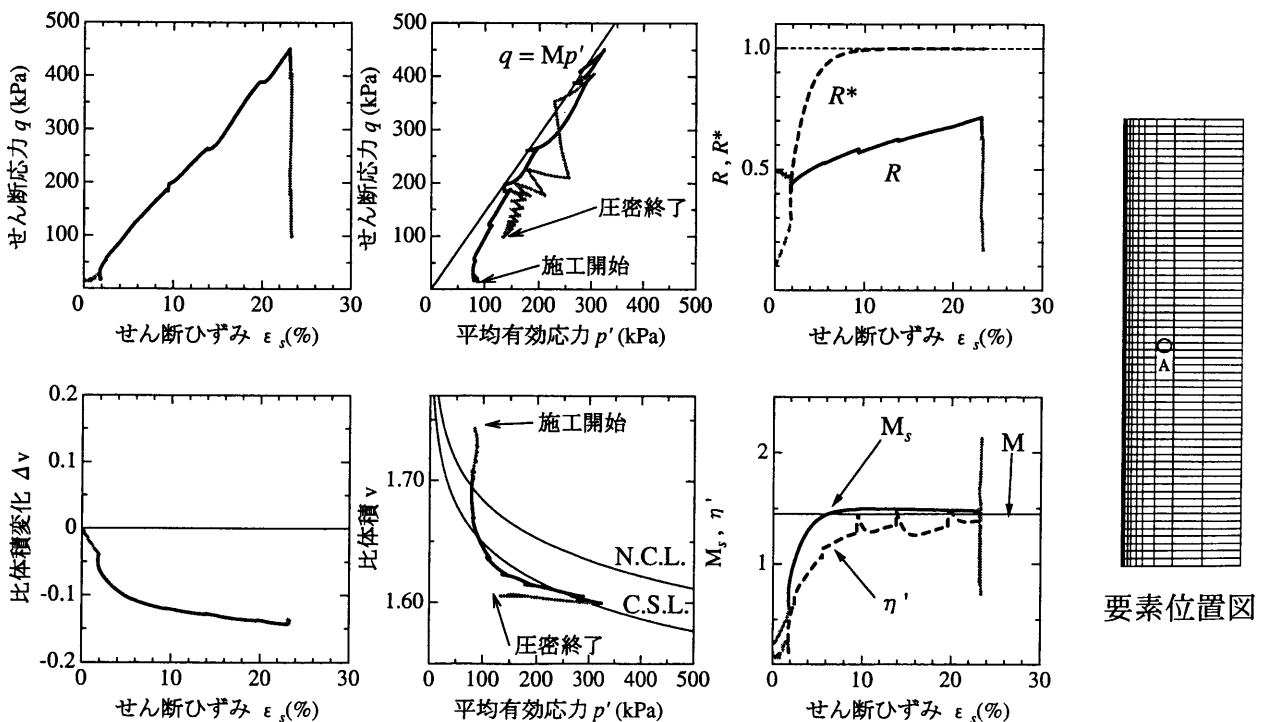


図 3.17: 代表的な要素の挙動 (①:ゆるい砂)

当該砂要素が拡径を受ける前でも、下部要素の拡径によって、僅かながらせん断ひずみが進行し、同時に比体積も減少する。これは砂は先に構造喪失が卓越するため⁷⁾、僅かなせん断ひずみであっても構造の喪失が進むためである。この間、砂要素のせん断を示すせん断応力は低い値を示し、平均有効応力も初期応力状態からほとんど変化していない。

当該砂要素が拡径を受け始めると、構造の喪失 ($R^* \rightarrow 1.0$) も過圧密の解消 ($R \rightarrow 1.0$) がより顕著に、さらに同時に起きるが、過圧密の解消よりも構造喪失の方が先行しており、この挙動はまさに砂に特徴的であることが分かる⁷⁾。そして、せん断応力の上昇とともに、構造の喪失がさらに進み、比体積も減少してゆく。しかし構造がほとんど喪失する ($R^* = 1$) まで平均有効応力はほとんど変化ない。構造が完全に喪失し過圧密の解消だけになると、平均有効応力が急激に増加し始める。しかし比体積は僅かに減少するだけである。すなわち、比体積減少の大部分は、構造が完全に喪失するまで ($R^*=1$ 、せん断ひずみ約 10% まで) に得られ、しかもあまり大きい力を必要としない。つまり、構造が卓越した砂質地盤ほど小さい力で締め固まることがわかる。また、現応力比 $\eta' (=q/p')$ が常に M や M_s の下側に位置することから、砂は塑性圧縮を伴う硬化によって締め固まることが分かる。

拡径位置が当該砂要素から地盤上部へ移動すると、当該砂要素には、ケーシング引抜きを想定した除荷過程による弾性膨潤だけが行われ、しかも、「繰り返し」行われることで、下負荷面が上負荷面を押し上げ、過圧密比 $1/R$ は増加する (R は減少する)。そして、圧密終了時には応力状態が限界状態線よりもずっと下側に存在し、地盤は安定する。過圧密比も初期の値よりも大きな地盤に改良された。

比較のため、図 3.18～図 3.19 に図 3.17 と同じ位置の砂要素 A における②中位な砂と③密な砂の挙動について示す。

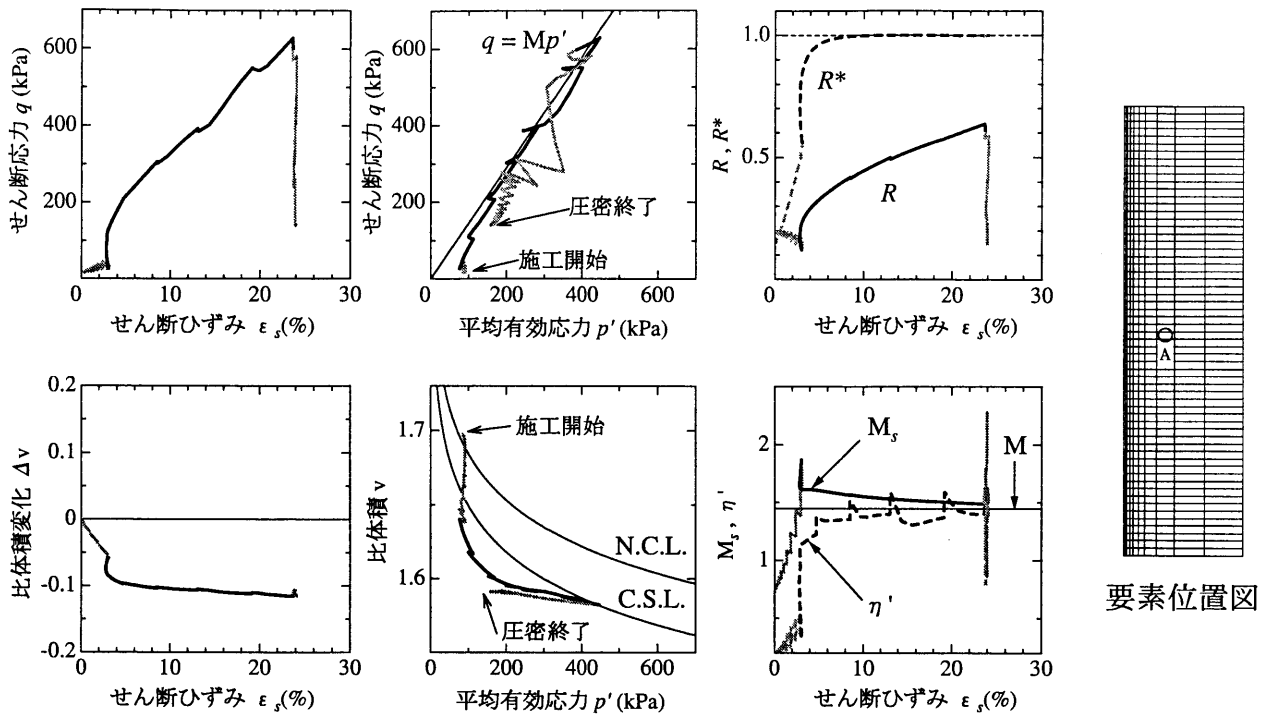


図 3.18: 代表的な要素の挙動 (②:中位な砂)

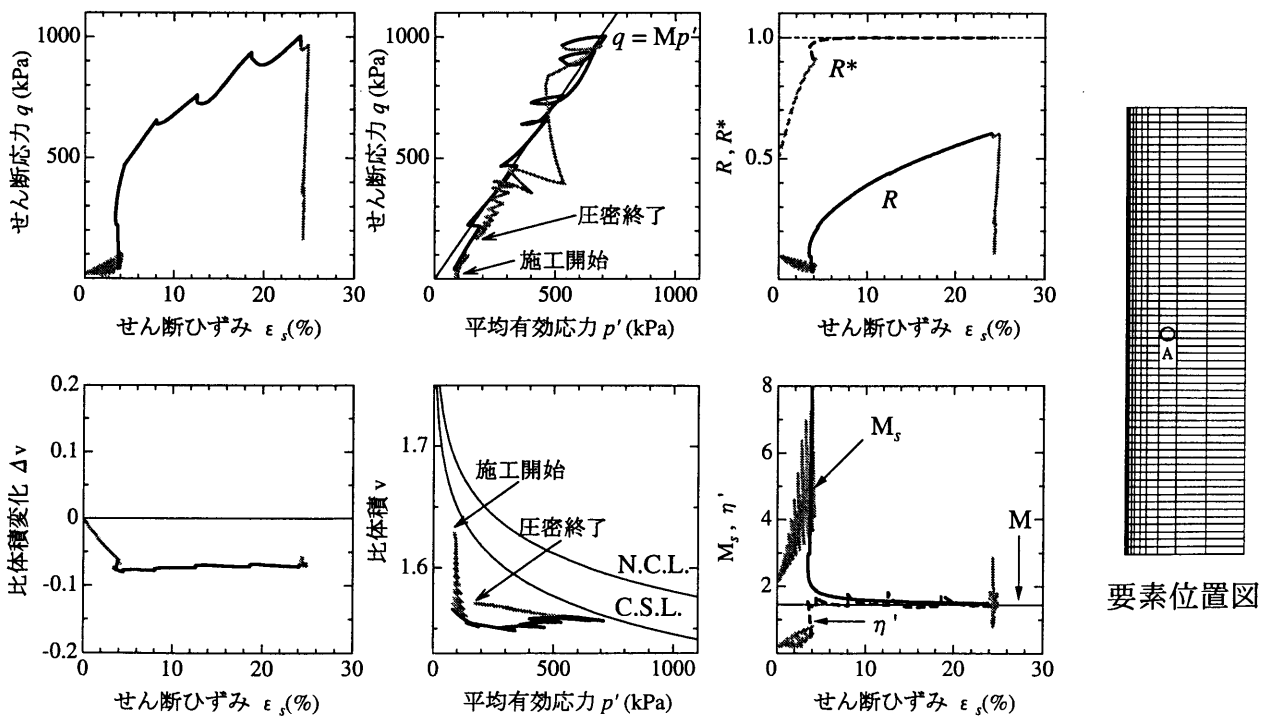


図 3.19: 代表的な要素の挙動 (③:密な砂)

② 中位な砂では、概ねゆるい砂と同様の挙動を示す。③ 密な砂でも、拡径によって構造を喪失するまでは、① ゆるい砂の挙動と同様に地盤の圧縮硬化が進行するが、構造喪失後の拡径では、過圧密の解消のみとなり、大きなせん断力とともに平均有効応力の増加も顕著となる。しかし本計算の場合、砂要素は逆に膨張し、比体積は増加してしまう。

初期から構造の程度が低く、過圧密比の大きい密な砂質地盤において、拡径による大きなせん断によって、せん断応力 q の増加とともに平均有効応力 p' も増加し、しかもうまくい具合に有効応力パスが限界状態線 $q = Mp'$ を超えないようにその線下を進む。砂杭拡径による締固め工法は、実はこのような応力経路を地盤に与えている工法であり、密な砂の側圧一定排水 3 軸圧縮試験の応力経路とは異なり、確実に地盤は塑性圧縮を伴って締め固まる。

このような応力経路による締固め工法は、砂杭拡径量（ケーシング押し込みによる一回の砂杭造成量）が多ければ、その分（砂杭拡径に）大きな力が必要となることを示している。しかし、実施工の砂杭造成過程を考慮すると、拡径による一回の砂杭造成量は数十センチであること、また、拡径後には必ずケーシング引抜きを想定した除荷過程（応力開放）があること、しかもこれらが繰返し行われることによって、締固め機械の能力範囲内で施工でき、しかも比較的過圧密の大きい密な地盤に改良することができる。

しかし、この除荷過程はそれまで限界状態線下を進行していた有効応力パスを限界状態線近傍に推移させてしまう。さらにこの挙動は、その地盤がもともと改良必要のない密な砂ほど、あるいは一回の押し込み力に力をかけて密にしたほど、除荷時には、有効応力パスが限界状態線よりもずっと上側に推移することになる。この除荷過程と拡径過程の繰返しによって有効応力パスが限界状態線 $q = Mp'$ の上側を推移することが多くなって、従って、弾性膨張よりも塑性膨張の方が卓越し、地盤は逆に膨張し比体積減少が抑えられる。

このように、密な砂質地盤において砂杭造成過程を考慮した締固め工法を行うと、ゆるい砂質地盤の締固めよりも、拡径に大きな力が必要となるだけでなく、拡径によって体積が膨張するといった逆の効果が得られてしまうことが明らかとなった。

3.3.2 砂杭拡径による砂質地盤の締め固め効果の検討

(1) 砂杭造成前後の側圧係数の変化

次に、砂杭拡径によって締め固められた砂質地盤の改良効果を評価するために、杭間中央部における砂杭造成前と造成後(C.)の段階後の側圧係数の変化について調べる。図3.20に、①の地盤における側圧係数～地盤の深さ関係を示す。

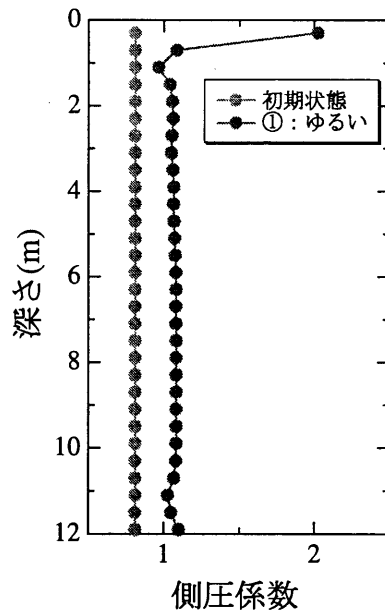


図 3.20: 砂杭造成前後の側圧係数の変化

これをみると初期側圧係数 $K_0=0.81$ であったものが、砂杭造成後には地盤全体で平均1.0～1.1まで増加しており、現場において砂杭造成後に観測されるデータにも一致する¹⁰⁾。

また、表層部において側圧係数が大きくなっているが、これは深部に比べて、除荷をあまり受けていないためである。つまり、図3.15の過圧密比分布において、この付近の過圧密比が小さいことからわかる。さらにこのことは、締め固めによって地盤の側圧係数は大きくなるものの、除荷に伴う過圧密比の増大に伴って側圧が小さくなることもわかる。

(2) 砂杭造成前後のせん断特性の変化

次に、砂杭拡径によって締め固められた砂のせん断特性の変化についても調べた。杭間中央部、地盤の深さ中央部の地点にある砂要素に対し、造成後の地盤内での応力状態を

変えずに、2.2と同様の計算方法で、非排水せん断挙動を調べた。なお、ここでの非排水せん断は、砂要素が徐荷を示すことなくせん断応力 q がそのまま増加する側で行った。図 3.21 に ① ゆるい砂の結果を示す。

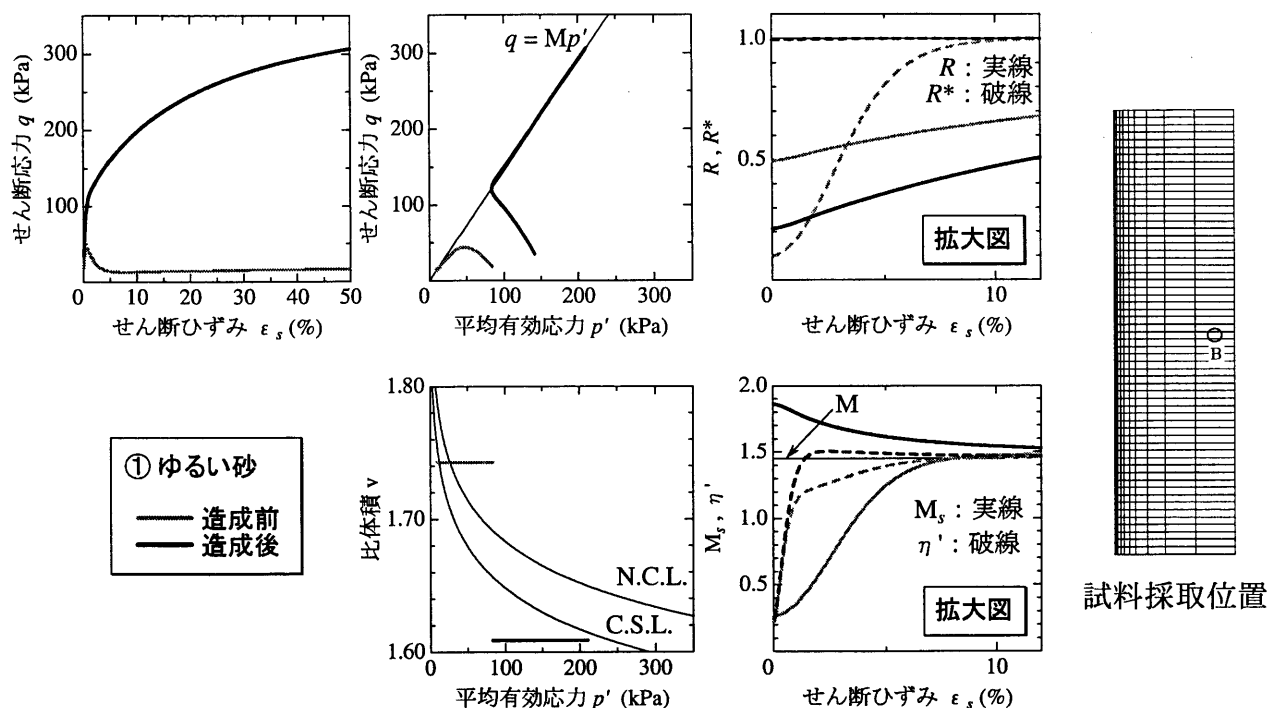


図 3.21: 砂杭造成前後のせん断特性の変化

各図中の灰色の線は、砂杭造成前の非排水せん断試験の結果を示しており、図 3.6 で示したものである。

造成後の砂要素のせん断応力 q ~ せん断ひずみ ϵ_s 関係を見ると、砂杭造成前の挙動とは明らかに異なり、せん断強度が上昇し、またせん断応力 q ~ 平均有効応力 p' 関係においても、それぞれ限界状態線下側で軟化することなく上側で硬化している。この挙動は、まさに密な砂の典型的なせん断挙動で、造成後の $1/R^*$ 、 $1/R$ の値が各々約 1、6 であることもそれを支持している。これは砂杭拡径によって、(a) 地盤が有する構造がほとんど喪失した後、(b) ケーシング引抜きを伴う除荷によって、さらに過圧密な砂ができたからである。

このように、ゆるい砂質地盤を本計算のような境界条件によって拡径すると、確実に構造を失って過圧密比が大きい密な砂へと締め固まり、そして、側圧係数の変化やせん断特性の変化についても明確な改良効果が得られることがわかった。

3.4 砂の構造劣化のしやすさが地盤の締固め効果に与える影響

前節では、砂杭拡径による砂質地盤の締固めメカニズムについて考察し、砂質地盤を改良することは以下の2つの条件が必要であることを示した。

- (a) 拡径による初期構造の劣化（低位化）、
- (b) ケーシング引抜き（除荷）が繰り返されることによる過圧密の増加、

これらによって砂質地盤のせん断特性は向上し、結果として砂は比体積を減少させ密になることが分かった。もちろん構造のほとんどない ($1/R_0^* \doteq 1.0$) ある程度密な砂質地盤でも、(b)だけの理由によってさらに密になる場合もあるが、砂質地盤を締固めによって地盤改良する場合はゆるい砂質地盤が多く、すなわち、初期構造の程度 ($1/R_0^*$) が大きい砂質地盤ほど、(a)の理由によって地盤はもっとよく締まる。これは砂が粘土と異なり、過圧密解消より構造劣化の方が卓越ため、砂は一般に、構造劣化しやすく正規圧密土化しにくい材料である。そして表 3.1 中の構造劣化指数 m^* が構造劣化のしやすさを支配するパラメータであり、正規圧密土化指数 m が正規圧密土化のしやすさを支配するパラメータであるが、一般に、砂は構造劣化指数 m^* の値が大きく正規圧密土化指数 m の値が小さい。

しかし、仮に初期状態が全く同じようなゆるい砂質地盤でも、砂の締固めを大きく左右する構造劣化のしやすさの程度によって、締固め効果や締固め特性に影響を及ぼすことが考えられる。そこで本節では、構造劣化のしやすさの違いが砂質地盤の締固め挙動に及ぼす影響について調べるため、構造劣化指数 m^* の値を変えた拡径計算を行い、また、構造劣化指数 m^* の値を変えることが物理的に何を意味するのかについても考察した。

本研究では、締固め対象とした砂質地盤の初期状態を前節での①ゆるく堆積した砂質地盤 ($1/R_0^*=2.0$, $1/R_0=10.0$) として統一し、表 3.5 に示すように、簡単のため m を同一にしたまま、前節までと同じ $m^*=0.9$ の砂質地盤を「地盤(A)」とし、地盤(A)よりも m^* の値の小さい $m^*=0.1$ の砂質地盤を「地盤(B)」と設定する。これによって地盤(A)は、地盤(B)に比べ比較的構造の劣化しやすい砂質地盤で、逆に、地盤(B)は地盤(A)に比べ構造劣化しにくい砂質地盤であると設定できた。このように設定した各地盤について、前節までと同様の計算条件により、構造劣化のしやすさが地盤の締固め挙動にどのような影響を及ぼすのかについて調べた。なお、他の材料定数、弾塑性パラメータについても前節までと同一とした(表 3.1 参照)。

表 3.5: 各砂質地盤のパラメータ

砂質地盤	構造劣化指数 m^*	正規圧密土化指数 m
地盤 (A)	0.9	0.1
地盤 (B)	0.1	0.1

以下に計算結果を示す。

図 3.22 に拡径位置～押し込み力関係、比体積変化～拡径位置関係を示す。ここで、地盤 (A) の結果を灰色線で示し、地盤 (B) の結果を黒色線で示す。なお、地盤 (A) の結果については、前節で示した図 3.11 の① ゆるい砂の結果と同じものである。

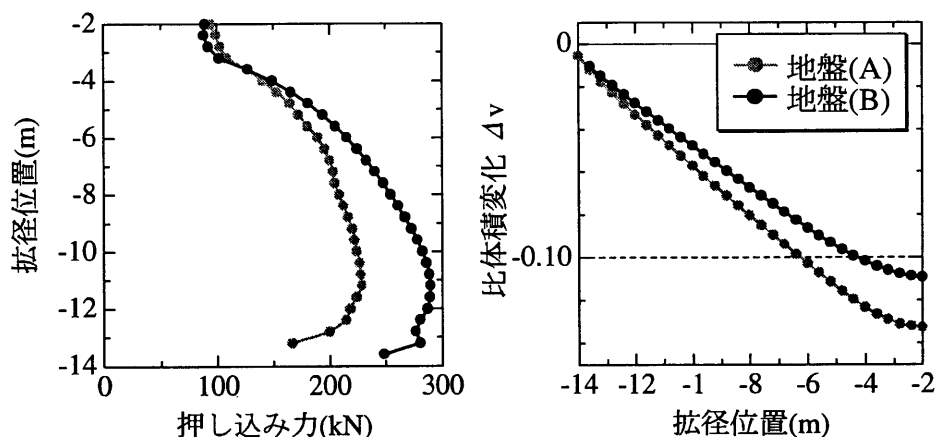


図 3.22: 各砂質地盤での拡径位置～押し込み力、比体積変化～拡径位置関係

表 3.6: 各砂質地盤での比体積減少量、押し込み力の最大値、地表面の最大隆起量

砂質地盤	比体積減少量	押し込み力の最大値	地表面の最大隆起量
地盤 (A)	0.132	228.5 kN	13.54 cm
地盤 (B)	0.109	289.5 kN	30.90 cm

拡径位置～押し込み力関係をみると、地盤 (B) では地盤 (A) よりも、締固めに大きな押し込み力を必要としていることが分かる (押し込み力の各最大値、表 3.6 参照)。一方、比体積変化～拡径位置関係をみると、地盤 (A), (B) とともに初期比体積は同一であるが、地盤 (A) よりも大きな力をかけて締めた地盤 (B) では常に比体積変化量が小さく、地盤 (A) に比べ地盤 (B) では、あまり締まっていないことが分かる。表 3.6 に砂杭造成後における各

地盤の比体積変化量について示す。

これらのことから、構造劣化しにくい地盤 (B) は構造劣化しやすい地盤 (A) に比べ大きな力をかけた割には密になっておらず、いわゆる「嵩張った」状態を残しており、砂で m^* の小さい地盤、つまり構造が劣化しにくい砂質地盤は締まりにくい地盤だと言える。

次に、拡径開始時から圧密放置後までの R^* 分布の推移について地盤 (A) は図 3.23 (再掲) に、地盤 (B) は図 3.24 にそれぞれ示す。

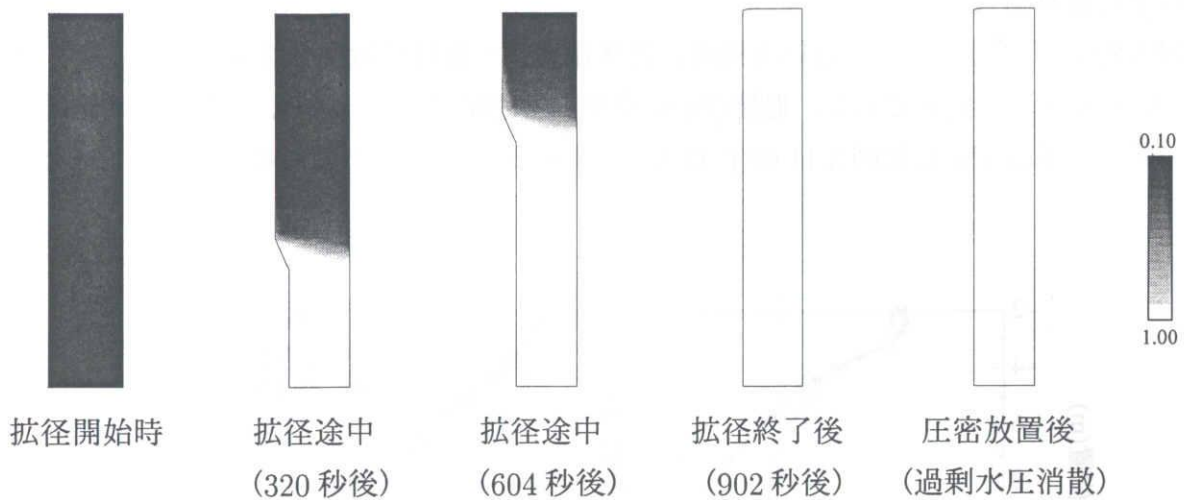


図 3.23: R^* 分布の推移 (地盤 (A), $m^*=0.9$) 再掲

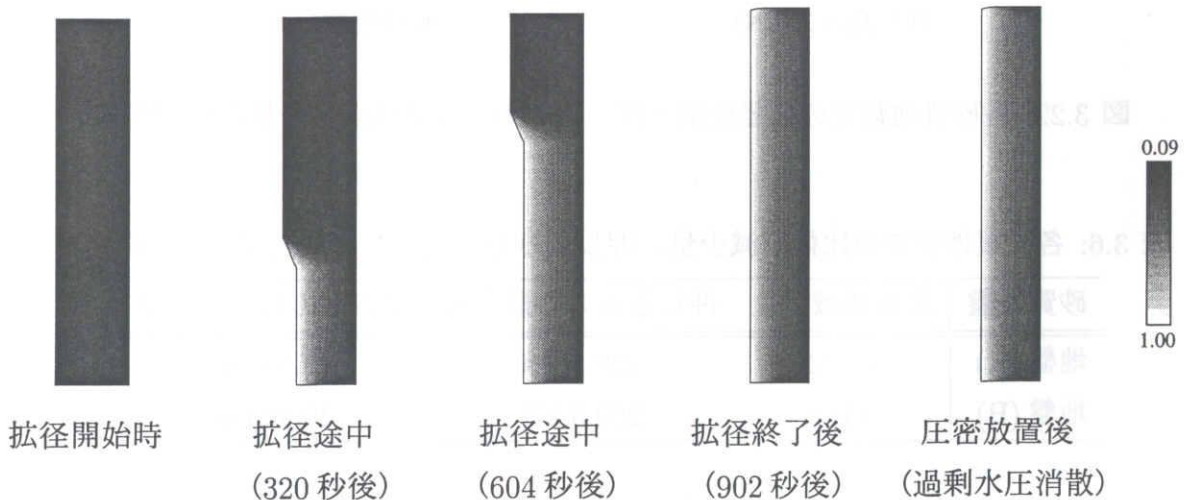


図 3.24: R^* 分布の推移 (地盤 (B), $m^*=0.1$)

各地盤とも拡径によって砂杭近傍より構造が劣化していくが、拡径終了時には、地盤 (A) では全域で構造が喪失している ($R^* \rightarrow 1.0$) のに対し、地盤 (B) ではまだ構造を残している ($R^* < 1.0$) ことが分かる。

さらに地盤内の詳細な挙動を調べるため、代表的な砂要素 A の挙動を地盤 (A) については、図 3.25 (再掲) に、地盤 (B) については、図 3.26 にそれぞれ示す。

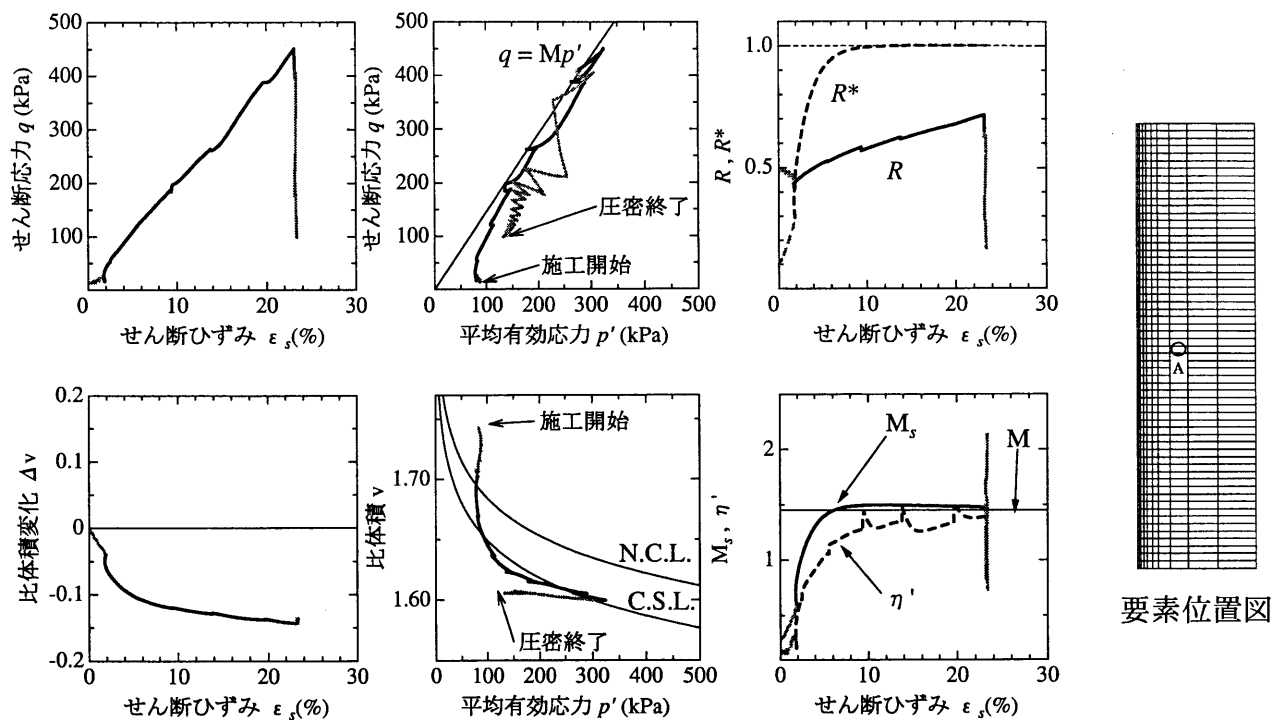


図 3.25: 代表的な要素の挙動 (地盤 (A), 地盤中央部) 再掲

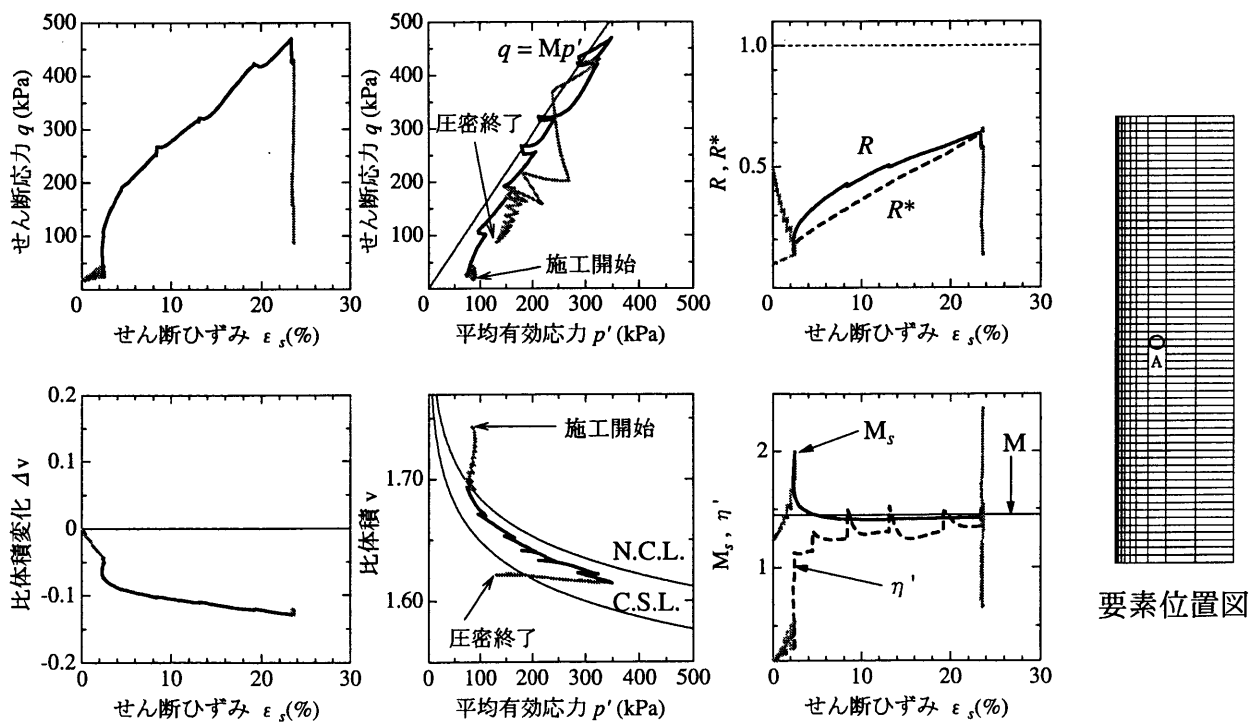


図 3.26: 代表的な要素の挙動 (地盤 (B), 地盤中央部)

両図の $R^* \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係を見ると、上図（地盤 (A)）では、完全に構造が劣化している ($R^*=1.0$) のに対し、下図（地盤 (B)）では、砂杭造成後も、なお構造が地盤内に残っている ($R^* < 1.0$) ことがこれらの図からも分かる。また、地盤 (B) の要素では、応力状態が限界状態線上を走ることが多くなり、このため塑性膨張を伴う軟化挙動を経験し、比体積変化が抑えられることになる。図 3.22 や表 3.6 で地盤 (B) の比体積変化量が小さいのはこのためである。

このように、地盤 (B) のように構造が完全に喪失することなく、砂杭造成後においても砂質地盤に構造が残っていると、地震時のような急速なせん断（非排水せん断）が与えられた場合、液状化を引き起こし、改良（締固め）効果が発揮されないことが考えられる。

そこで、本節でも砂杭造成前後における地盤中の砂要素 B を取り出し、3.2 や 3.3 と同様の方法によって砂の非排水せん断試験を行った。地盤 (A) の結果を図 3.27 に再掲し、地盤 (B) の結果を図 3.28 に示す。なお、 $M_s \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係、 $\eta' \sim$ せん断ひずみ ε_s 関係については、せん断ひずみ $\varepsilon_s=10\%$ までとし図を拡大している。

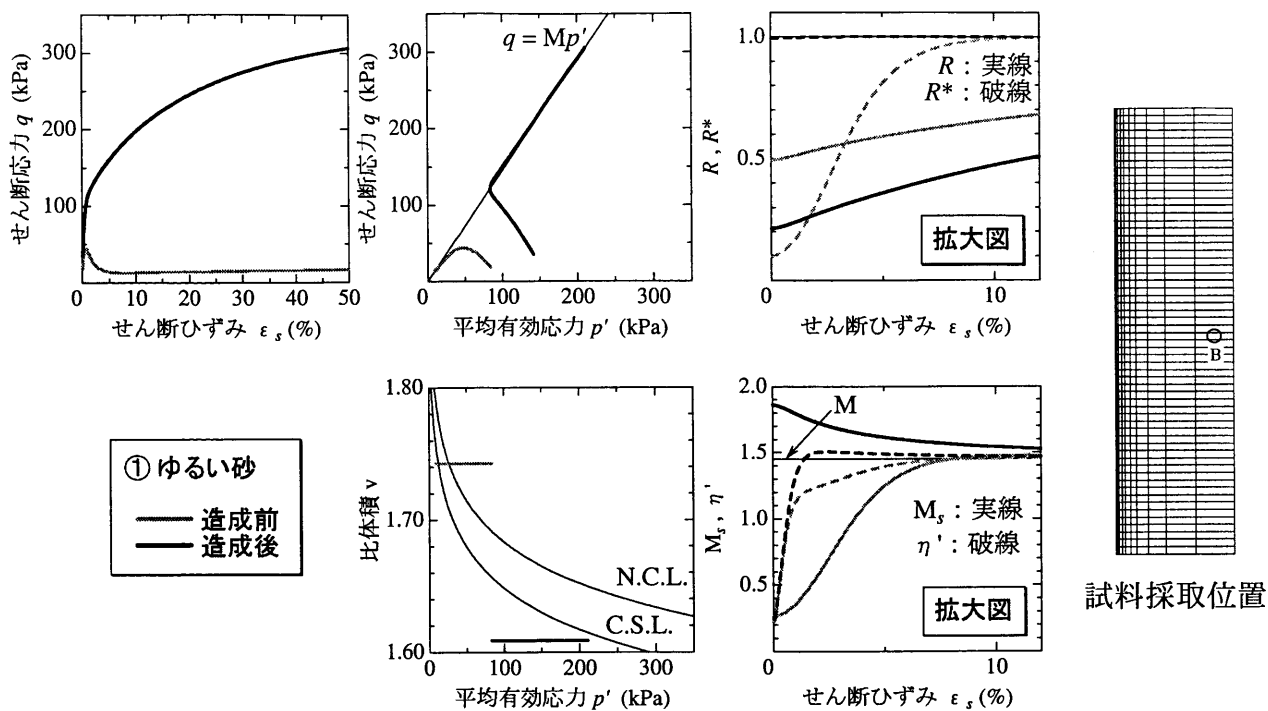


図 3.27: 砂杭造成前後のせん断特性の変化 (地盤 (A), $m^*=0.9$) 再掲

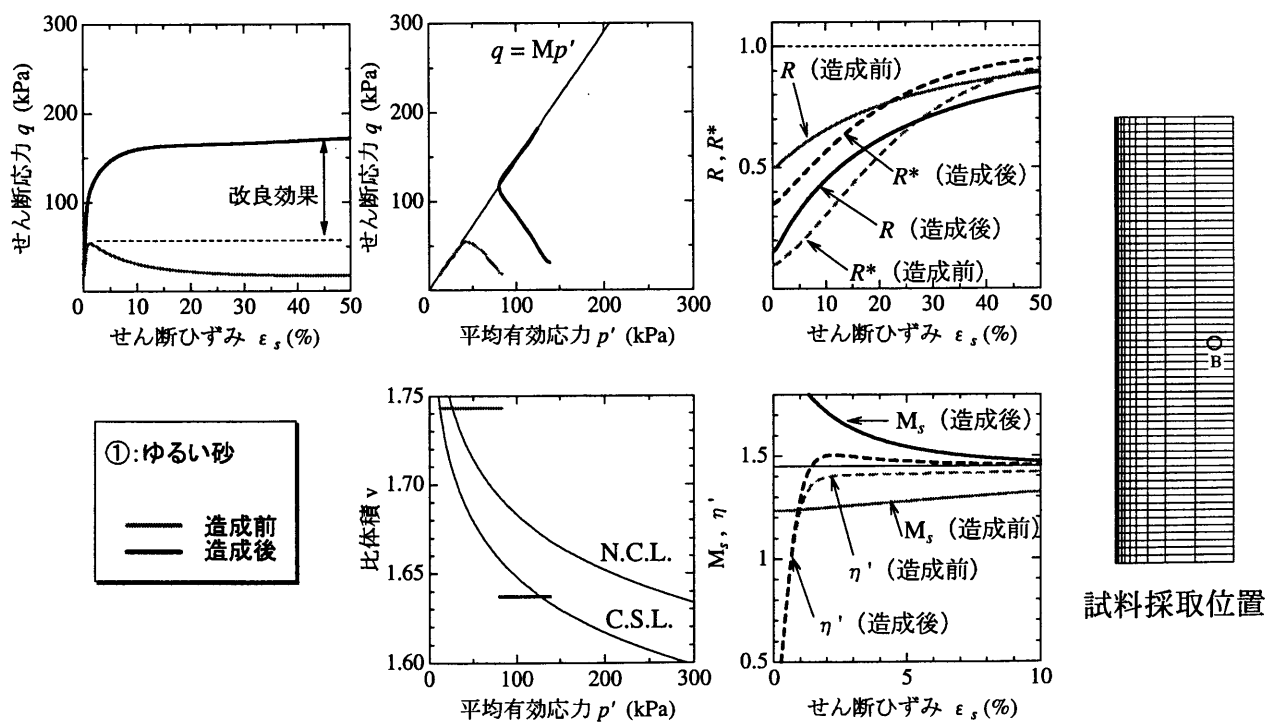


図 3.28: 砂杭造成前後のせん断特性の変化 (地盤 (B), $m^*=0.1$)

図 3.28 をみると、地盤が砂杭造成後に構造を残していても、拡径と除荷の繰返しによる過圧密の増加（本節の冒頭分 (b)）のために、砂杭造成後の非排水せん断試験において、せん断初期における M_s の値が大きくなり、ゆるい砂に特徴的な限界状態線の下側での塑性圧縮と伴う軟化挙動はみられない。つまり、地盤 (B) は構造が劣化しにくい地盤とは言え、砂杭造成後には密な砂の挙動となり、改良効果は一応認められる。しかし、せん断強度 q の改良効果について地盤 (A) と比較すると、砂杭造成後における地盤 (B) の硬化の程度が小さい。地盤 (B) でのこのような挙動は、粒径分布が比較的なだらかな粘土のような挙動と類似している¹¹⁾。

砂杭拡径による地盤の締固めを行う土は通常砂で、「締固め材」である。しかし現場では、砂に細粒分が 15 % 以上含まれると締まりにくいと言われる^{?)}。これは、細粒分が多い場合はより粘土のような「圧密材」の挙動に近づくためであると考えられる。本節の解析結果も踏まえると、細粒分の多さ (粒径や粒度分布) と言った物理特性は、 m^* (あるいは m) の弾塑性パラメータに反映していると考えられる。

3.5 砂質地盤の締固め特性

3.5.1 拡径 (載荷) 速度効果

砂質地盤であっても間隙が水で飽和している場合を考えているので、砂要素が受ける有効応力経路は、載荷速度と透水係数に応じて変化する。つまり、必ずしも拡径によって前節までと同じような応力経路を地盤に与えることができるとは限らない。

そこで本節では、透水係数を一定のまま、拡径速度を変えてその影響を調べた。なお、改良対象とした砂質地盤の初期条件は前節までの①ゆるい砂室地盤 ($1/R_0^*=2.0$, $1/R_0=10.0$) とする。境界条件については、拡径部より上方の節点、つまり地盤とケーシングとの間における節点の鉛直方向の境界条件のみ、前節までの変位境界から荷重境界に変更した。これは、拡径速度が速くなると地盤は等体積せん断状態に近くなり、地盤左端の節点に引張りが生じる可能性があることから、このような変更を行った。なお、①ゆるい砂室地盤における上記の境界条件の変更による締固め挙動への影響については、付録 で述べる。そして、上記の境界条件および拡径速度以外の条件はこれまでと同様である。なお、拡径速度とは砂杭拡径量を砂杭一本分の施工時間で除したもので、前節までの拡径速度は、 $15\text{cm}/902\text{sec} \doteq 0.01\text{m}/\text{min}$ である。この拡径速度を用いると、実際地盤内部で地盤に与えられる拡径速度は、 $3\text{cm}/10\text{sec}=0.18\text{m}/\text{min}$ で若干上記の拡径速度よりは速い。

図 3.29 に拡径後に過剰水圧がすべて消散したときの最終的な地盤の比体積変化を、横軸に拡径速度を取って示す。また、表 3.7 に順次拡径の場合の載荷速度とそのときの地盤の最大隆起量を示す。この図と表から砂杭間隔が 2m で拡径を半径 20cm から 35cm まで行うときは、拡径速度が $0.01\text{m}/\text{min}$ から $100\text{m}/\text{min}$ の間で締固め効果が急変し、「水～土連成の効果」が表れている。この図から、本論文で設定したような地盤であれば、実施工

で用いられるような拡径速度 0.01m/min では締固め効果が得られやすく、これよりも拡径が速すぎるときは、砂といえでも非排水挙動に近づき、拡径中の締固め効果が得られなだけでなく、大きな正の過剰水圧の発生と地盤地表面の 1m を越える隆起が生じてしまう。以上のことは、施工機械の技術革新により施工速度が上昇すると、かえって地盤の締固め効果は若干減少する場合があることも表している。

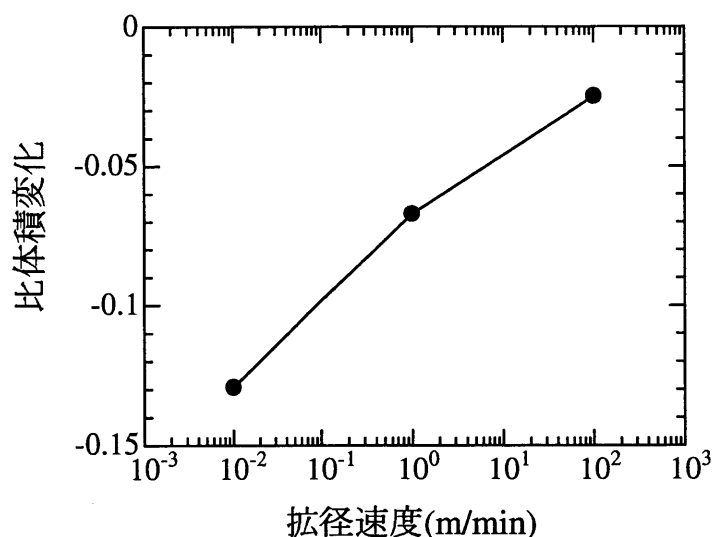


図 3.29: 比体積変化～拡径速度関係

表 3.7: 拡径速度と地表面の最大隆起量および比体積減少量

拡径速度	地表面の最大隆起量	比体積減少量
0.010 m/min	14.7 cm	0.129
1.000 m/min	64.7 cm	0.067
100.0 m/min	101.0 cm	0.025

3.5.2 置換率

前節までは、砂杭を半径方向に 15cm 円筒拡径をして、杭周の砂質地盤の締固め挙動とその改良効果について調べてきた。近年、資源としての砂が欠乏しているという問題から、置換率を低くした場合の締固め効果について考察する。

改良対象の砂質地盤の初期状態に①ゆるく堆積した砂 ($1/R_0^*=10.0, 1/R_0=2.0$) を採用

し、この砂質地盤に対して、砂杭の拡径量をこれまでの15cm（置換率約11%、以後「15cm 拡径」とする）から9cm（置換率約7%、以後「9cm 拡径」とする）に低くして拡径計算を行った。地盤の材料定数やその他の計算条件は3.3と同様である。

解析結果を図3.30、表3.8に示す。図3.30において、9cm 拡径については黒色線で示し、また参考のため、3.3の①ゆるい砂質地盤の結果（15cm 拡径）を灰色線で示してある。

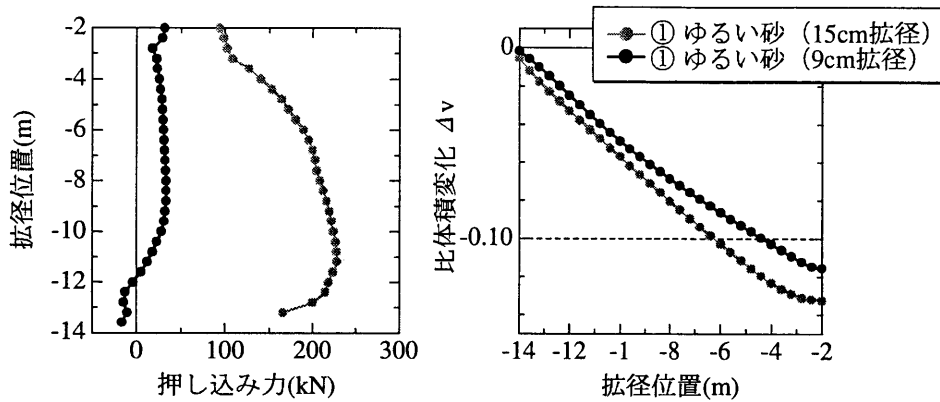


図 3.30: 各ケースの拡径位置～押し込み力、比体積変化～拡径位置関係

表 3.8: 各ケースの比体積減少量、押し込み力の最大値、地表面の最大隆起量

ケース	比体積減少量	押し込み力の最大値	地表面の最大隆起量
① ゆるい (15cm 拡径)	0.132	272.2 kN	13.54 cm
① ゆるい (9cm 拡径)	0.116	33.5 kN	25.63 cm (沈下)

図3.30の拡径位置～比体積変化関係を見ると、半径方向9cmの砂杭拡径でも、比体積変化量が0.1を越えていることから、十分に締固め効果は得られている。次に砂杭拡径による砂質地盤への押し込み力を見ると、地盤深部でその値が負になるものの、通常の15cm 拡径に比べると、押し込み力が小さくなるのが分かる。つまり、このようなゆるい砂質地盤では、少しの砂杭拡径で締固め効果が十分に得られることが分かる。

次に、地盤内の挙動について、砂質地盤内中央深さの代表的な砂要素の挙動を砂要素Aに関しては図3.31に、砂要素Bに関しては図3.32にそれぞれ示す。なお、図中の濃い線は当該要素と同じ深さにある地盤左端の砂要素が強制変位を受けている間の挙動を示す。

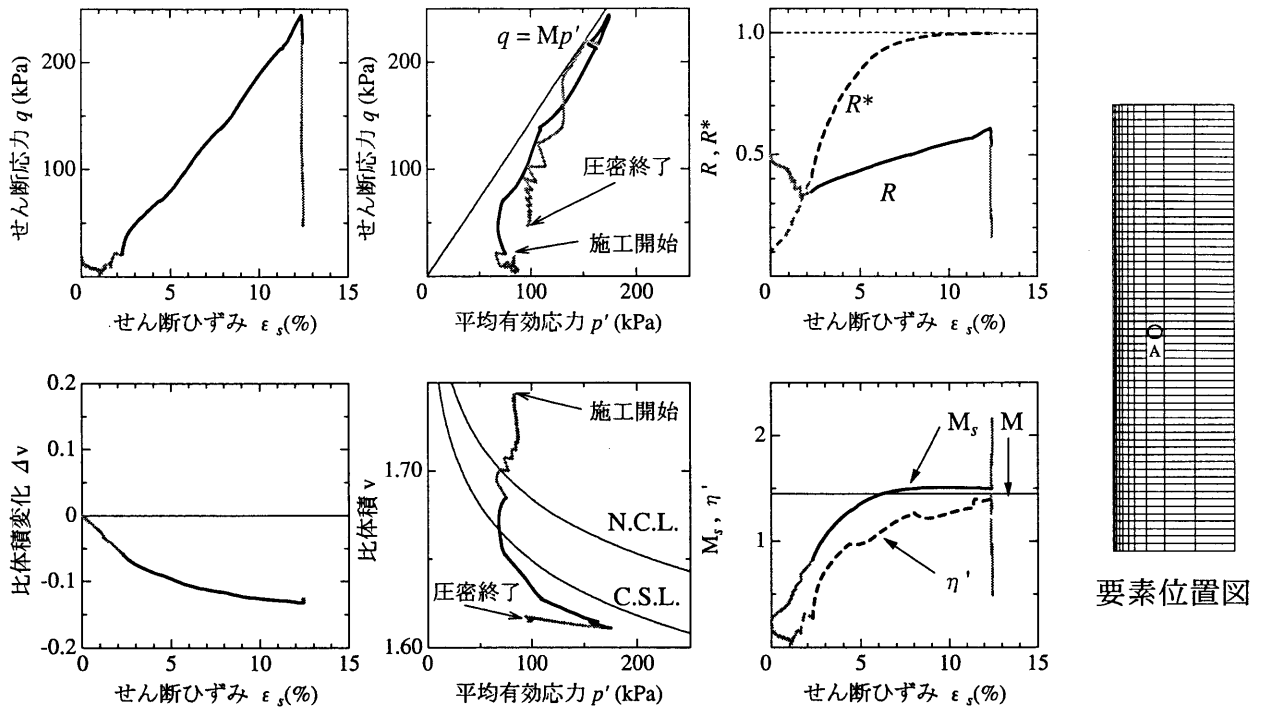


図 3.31: 代表的な要素の挙動 (9cm 拡径, 地盤中央部)

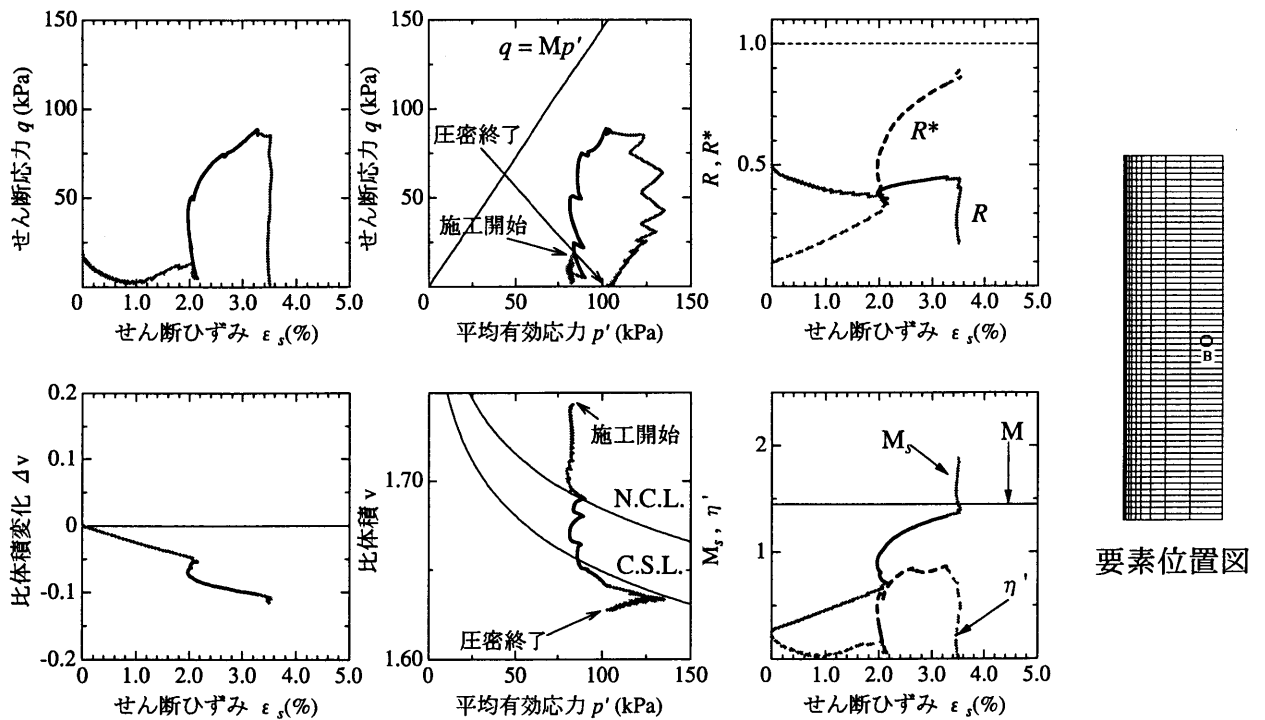


図 3.32: 代表的な要素の挙動 (9cm 拡径, 杭間中央部)

図 3.31 を見ると、9cm の拡径量でちょうど構造が喪失 ($R^*=1$) し、また常に応力状態が限界状態線 $q = Mp'$ の下側を推移していることから、この砂要素では拡径によってあまり大きな力もかけずに無理なく締め固まっていることが分かる。15cm 拡径のように、これ以上拡径を続けると過圧密の解消も効いてくるので、平均有効応力の増加だけでなく、比体積変化も構造劣化時ほど生じない。図 3.32 でも、常に応力経路が限界状態線の下で推移するが、9cm の拡径量では、この要素まで十分に構造劣化が起きず、砂杭造成後でも若干構造を残したままとなる。

そこで次に、この杭から最も遠い杭間中央部における砂杭造成前後のせん断特性を調べた。図 3.33 にこの砂要素のせん断特性の変化を示す。

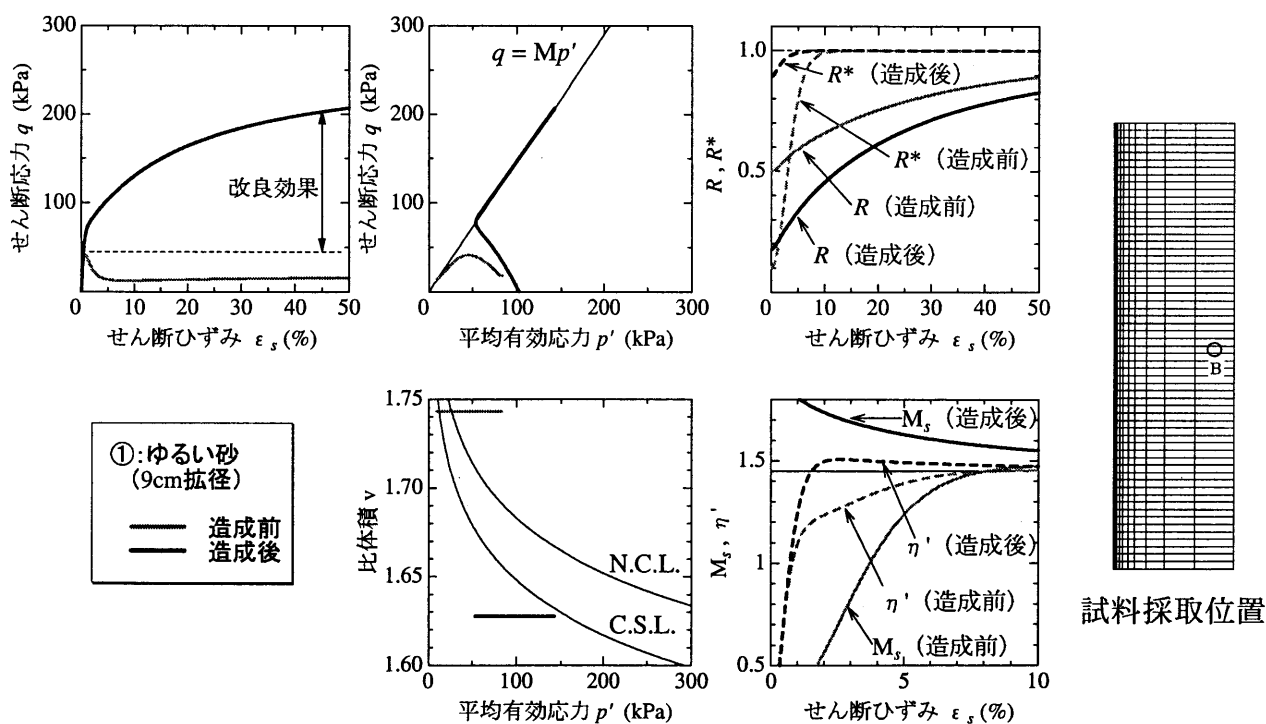


図 3.33: 砂杭造成前後のせん断特性の変化 (9cm 拡径)

構造を若干残していても、ケーシング引抜きを想定した除荷過程の繰返しによる過圧密の増加が顕著なため、砂は密な挙動を示しており、杭から最も遠い場所での砂要素でも造成後には密な状態に改良されている。

このように地盤の初期状態が分かれば、その地盤に最適な拡径量 (置換率) が把握でき、ケーシングパイプに注入する砂量も定量的に把握できるものと思われる。

3.6 結論

本章では、砂質地盤の締固めに砂杭拡径を用いた地盤改良工法を採用し、ゆるい砂のような構造を有する土のせん断に伴う構造喪失や過圧密解消挙動を記述できる最も単純な弾塑性構成式を用いた水～土連成解析により、砂質地盤の締固めメカニズムについて考察した。ここでは、砂杭造成過程を考慮した境界条件のもと、ゆるい砂質地盤の砂杭拡径による締固めメカニズムとその改良効果の評価について考察した。以下に、得られた知見を示す。

ゆるい砂質地盤は、若干過圧密で高位な構造を有する（構造が発達した）砂であるが、

- (1) 砂杭拡径によって、砂が初期に有する構造が一気に喪失され ($R^*=1$)、砂質地盤は圧縮硬化によって締め固まる。
- (2) ケーシング引抜きによる除荷が何回も繰り返されることによって、砂杭造成前には若干過圧密であっても、造成後にはより大きい過圧密な砂質地盤ができる。

ゆるい砂質地盤は、このようなメカニズムによって締め固まると考えられる。そして構造の発達したゆるい砂ほど、その締固め効果は大きい。

一方、密な砂質地盤は、超過圧密で低位な構造を有する砂として表せるが、

- (3) 密な砂質地盤でも拡径によってさらに密に締まるが、大きな力が必要となる。その後の除荷過程によって、それまで限界状態線下を進行していた有効応力パスが限界状態線 $q = Mp'$ の上側を推移することが多くなって、弾性膨張よりも塑性膨張の方が卓越し、地盤の締固め効果を減じることがある。
- (4) 砂杭が地盤から受ける鉛直上向きの摩擦力は、細かく砂杭を造成することで発生が抑えられ、施工機械の能力以下に抑えているのだが、締固め対象の地盤の砂がゆるい砂であるほど、拡径時には構造喪失を伴う地盤の圧縮には、より小さな力で地盤を締め固めることができる。
- (5) 締め固められた砂質地盤は、確実に密な砂へと改良され、砂杭造成前よりもせん断特性の向上や側圧係数の増加を示すなど、改良効果についても評価できた。

砂杭拡径のような大きなせん断を砂質地盤に与え、そしてこの拡径を地盤深部から地盤上部まで細かく繰り返し行うこの締固め工法は、これらの事柄を同時に満たす工法であると言える。

- (6) 構造劣化のしやすさを支配する弾塑性パラメータである構造劣化指数 m を小さくすると、構造劣化しにくい砂質地盤となり、締固め効果があまり得られない。これは、粘土のような挙動に近づくことから、構造劣化指数 m は、砂質地盤の粒度や粒径分布と言った物理定数に反映されいると考えられる。

- (7) 砂杭拡径の拡径速度を変えると、
- (8) 改良対象の砂質地盤の初期状態によっては、砂の置換率を低くして拡径を行っても十分に締固め効果が得られるものがある。

参考文献

- 1) 野田利弘, 高稲敏浩, 高木健次, 野津光夫: 水～土連成計算を用いた砂杭拡径による砂地盤の締固めメカニズムの一考察, 土木学会論文集, VI (掲載決定)
- 2) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behavior of heavily over-consolidated clay near/at critical, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-28, 1997.
- 3) 山本実, 野津光夫: 砂地盤を静かに締め固める - 無振動・低騒音の静的締固め砂杭工法 -, 土木学会誌, Vol.83, July, pp.19~21, 1998.
- 4) 不動建設株式会社: SAVE コンポーザーによる静的締固め砂杭工法, 一般土木工法・技術審査証明 報告書, 1997.
- 5) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 「砂と粘土の違い」に関する構造・過圧密の劣化過程から見た一考察, 第35回地盤工学研究発表会講演集, pp.573-574, 2000.
- 6) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 「砂と粘土の違い」に関する3軸非排水試験の弾塑性解析, 第35回地盤工学研究発表会講演集, pp.575-576, 2000.
- 7) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 「構造」を持った過圧密土の弾塑性挙動, 応用力学論文集, Vol.3, pp.335-342, 2000.
- 8) Ishihara, K. : Liquefaction and Flow Failure during Earthquakes, The 33rd Rankine Lecture, *Geotechnique*, pp. - , 1993.
- 9) 山本実, 原田健二, 野津光夫: 締固め砂杭工法を用いた緩い砂質地盤の液状化対策の新しい設計方法土と基礎, Vol.48, No.11, Ser.No.514, pp.17-20, 2000.
- 10) Harada, K., Yasuda, S., Yamamoto, M., Arai, D. and Uda, M.: Influence of earth pressure coefficient on SPT N-value and liquefaction resistance of the ground improved by compaction methods, *Geoen'2000, An International Conference on Geotechnical & Geological Engineering*, to be submitted
- 11) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 砂の粒径分布の違いが非排水せん断挙動に及ぼす影響地盤工学シンポジウム論文集, Vol.12, pp.105-110, 2000.
- 12) 浅岡顕, 野田利弘, 野津光夫, 高稲敏弘, 竹花慎理: 水～土連成有限変形計算に基づく飽和した砂地盤における静的締固め砂杭工法の改良効果, 第33回地盤工学研究発表会, pp.545-546, 1998.

- 13) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘, 水野和憲, 高稲敏弘, 野津光夫, 竹内秀克: 水～土連成解析を用いた砂杭拡径による砂質地盤の締固め効果の解明, 第34回地盤工学研究発表会, pp.1129-1130, 1999.
- 14) 浅岡顕, 野田利弘, 水野和憲, 高稲敏弘, 高木健次, 野津光夫, 竹内秀克: 水～土連成解析を用いた砂杭拡径による砂/粘土互層地盤の締固め効果の解明, 土木学会第54回年次学術講演会, 3-A, pp.470-471, 1999.
- 15) 浅岡顕: 土の力学から地盤を作る力学へ, 土と基礎 Vol.46 No.12, pp.11-12, 1998.
- 16) 野津光夫: 砂杭による軟弱地盤改良の工法原理とその応用に関する研究, 名古屋大学学位申請論文, 1995.
- 17) 高稲敏浩: 水～土連成有限変形計算による過圧密地盤の進行性破壊の解析とその抑止工法に関する基礎的研究, 名古屋大学学位申請論文, 1999.
- 18) 竹花慎理: 飽和した密な砂地盤の静的締固め効果の水～土連成解析による検討, 名古屋大学修士論文, 1998.
- 19) 竹内秀克: 水～土連成解析による砂地盤の静的締固め効果の解明, 名古屋大学修士論文, 1999.
- 20) 岩瀬大典: 粒度・粒径分布が異なる飽和砂の力学挙動と弾塑性力学に基づく一考察, 名古屋大学修士論文, 2000.
- 21) 遠藤明雄: 構造を有する粘土/砂のせん断挙動の違いに関する水～土連成弾塑性解析, 名古屋大学修士論文, 2000.
- 22) 安藤むつみ: 繰り返しせん断を受けた土の挙動に対する弾塑性力学に基づく一考察名古屋卒業論文, 2000.
- 23) 木股雅仁: 粒径分布が飽和砂の力学挙動に及ぼす影響に関する基礎的研究, 名古屋卒業論文, 2000.
- 24) 山田隆, 野津光夫: 非振動式締固め砂杭工法による砂地盤の締固め効果, 第31回地盤工学研究発表会, pp.49-50, 1996.
- 25) 山本実, 原田健二, 野津光夫, 大林淳: 砂杭圧入による密度増加の評価について, 第32回地盤工学研究発表会, pp.2631-2632, 1997.

4 砂杭拡径を用いた自然堆積粘土の地盤改良工法の数値解析

4.1 概説

前章では、砂杭（円筒）拡径による地盤改良工法で改良対象地盤の土が砂である場合の締固め挙動と締固め特性について調べた。砂質地盤での地盤改良工法では、「締固め工法」の名の通り、砂を締め固めて密にすることを目的にした工法である。そのため砂はしばしば「締固め材」と呼ばれる。一方、地盤改良対象の土が軟弱な粘土である場合、その改良目的は、地盤上に載荷される盛土や埋立地盤などの構造物への支持力の増加である。地盤中に造成される砂杭には、振動を用いない静的締固め砂杭工法と振動を用いるサンドコンパクションパイル工法（SCP 工法）があるが、両者とも、締め固められた砂杭を構造物の支持杭として期待するものである。また近年では、砂杭拡径によって非排水状態で破壊された杭周粘土の圧密排水による「強度」増加にも注目されて、低置換 SCP 工法など、締め固められた砂杭の支持杭効果とともに、杭周粘土にもその改良効果を期待することが多い。このため、粘土はしばしば「圧密材」と呼ばれることがある。しかし、このような地盤の締固め工法が行われる実務では、改良対象の地盤が高含水比を含む鋭敏な粘土の場合は有効でないとの報告や、また、自然堆積された粘土地盤では、地盤改良工法を施工することにより、現地盤の粘土の「非排水強度」が改良前よりも改良後の方が低くなることもある。

このような高含水比を含む鋭敏な土や自然堆積粘土は、一般に土骨格の骨組み構造の発達した土で、いわゆる「構造」を有する土と呼ばれる。ここで、構造が発達した粘土地盤に砂杭拡径などの大きなせん断変形を与えて問題となるのは、地盤が「乱される」ことで、これによって改良効果が予定よりも得られないことが考えられる。

そこで本章では、構造を有する土の弾塑性モデルである「上負荷面カムクレイモデル」を用いて、構造を有する粘土地盤の砂杭拡径による数値シミュレーションを行い、粘土地盤での改良原理を明らかにするとともに、地盤の「乱れ」について構造の「低位化」の観点から検討を行い、粘土の締固め効果について調べる。上負荷面カムクレイモデルでは、塑性変形を与えると必ず構造は「低位化（劣化あるいは喪失）」するが、この地盤の「乱れ」を構造の「低位化」によるものとして捉えれば、砂杭拡径のような大きな塑性変形を与えると、構造は低位化し必ず地盤は乱れる。しかし実際には、元の原地盤程度まで強度が回復するものと、回復しないものとに分かれる。これは、拡径による地盤の「乱れ」によって、一旦は強度低下を示しても、その後の圧密排水により地盤が密になることで、強度が回復することが考えられるが、これらの原因は未だ明らかにされていない。

本章ではまず、4.2 節で構造を有する粘土の鋭敏比・乱れと構造低位化の関係について、1 軸圧縮試験による供試体の初期構造の程度と初期過圧密比の差異から非排水強度について調べ、鋭敏な粘土の構造低位化について考察する。また、構造を有する地盤内からのサ

ンプリングによる構造の低下化と「粘土」の乱れについて考察する。その後、4.3節で最初に、構造のない完全に練り返された粘土地盤の砂杭拡径による締固め挙動について調べ、次に、構造を有する自然堆積地盤の締固め挙動と改良効果について検討する。最後に、4.4節で本章の結論を述べる。

4.2 自然堆積粘土の構造低位化と鋭敏比・乱れの関係について

本節では、先ず、「鋭敏な粘土」の性質について調べ、その後、自然堆積地盤から採取（サンプリング）された「乱さない」粘土試料と「乱された」粘土試料の違いについて、それぞれの「圧密降伏応力」とせん断「強度」の違いから「構造低位化」に着目をおいて考察する。

4.2.1 「鋭敏な粘土」の性質について

本章の概説でも述べたが、自然堆積粘土（鋭敏な「乱さない」粘土）試料は、同じ含水比のまま練り返した（「乱した」）試料と異なり、非排水せん断強度が大きい。これは、含水比（比体積）だけでなく、土骨格が有する（骨組）構造が影響しているためであると考えられている。

そこで、初期構造の程度の差異によって、強度にどのような違いが見られるかを調べるために、初期の比体積 v_0 が同じで構造の程度 $1/R_0^*$ が異なる土（初期等方応力状態）に対し、等体積せん断を想定した構成式の数値積分を行った（図 4.1 参照）。計算に用いた材料定数は表 4.1 に示す。① 正規圧密土（初期過圧密比 $1/R_0=1$ ）と② 過圧密土（初期過圧密比 $1/R_0=10$ ）の場合のせん断応力 q ～せん断ひずみ ε_s 曲線をそれぞれ図 4.2 と図 4.3 に示す。また、両図には初期構造 $R_0^*=0.25(1/R_0^*=4)$ の場合の R^* の遷移も示す。

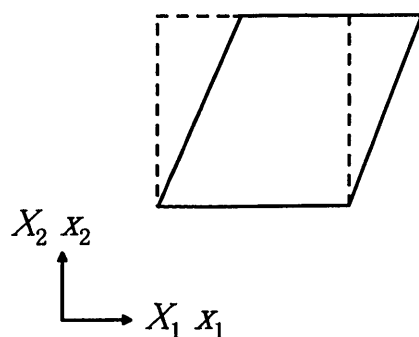


図 4.1: 等体積せん断試験（再掲）

表 4.1: 材料定数

圧縮指数 λ	0.181
膨潤指数 $\bar{\kappa}$	0.049
限界状態定数 M	1.35
$p' = 98$ (kPa) における比体積 N	2.17
ポアソン比 ν	0.30
地盤の初期比体積 v_0	2.389
正規圧密土化指数 m	10.0
構造劣化指数 m^*	0.8
初期構造の程度 $1/R_0^*$	1,2,3,4
初期過圧密比 $1/R_0$	1.0,10.0

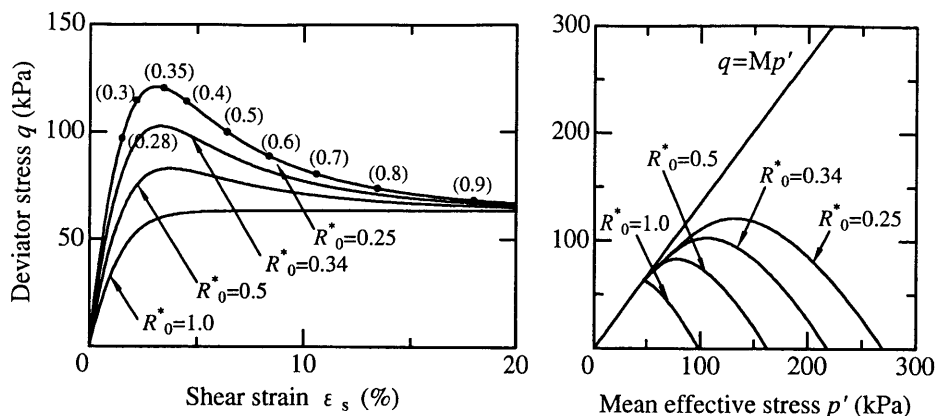


図 4.2: 正規圧密土 ($1/R_0=1.0$) の $q \sim \varepsilon_s$ 関係

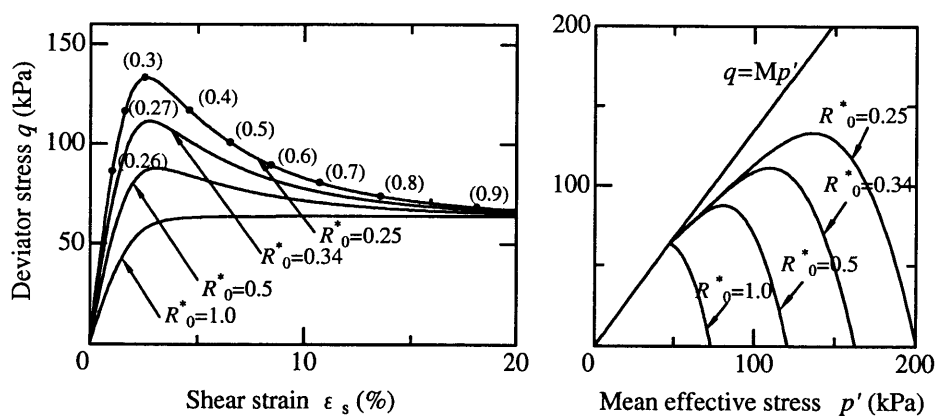


図 4.3: 過圧密土 ($1/R_0=10.0$) の $q \sim \varepsilon_s$ 関係

表 4.2: 初期構造 $R_0^*=0.25$ ($1/R_0^*=4.0$) の場合の鋭敏比

初期状態	初期過圧密比 $1/R_0$	初期構造の程度 $1/R_0^*$	鋭敏比
① 正規圧密土	1.0 ($R_0=1.0$)	4.0 ($R_0^*=0.25$)	1.91
② 過圧密土	10.0 ($R_0=0.1$)	4.0 ($R_0^*=0.25$)	2.46

初期構造が卓越するに従い、明確な軸差応力のピークが見られる。また、正規圧密状態で完全繰り返しの土 ($R_0^*=1$) に対する各土のピーク「強度」比はまさしく鋭敏比であるが、例えば、初期構造 R_0^* が 0.25 の粘土は表 4.2 のようになり、初期構造の程度が同じであれば、過圧密比の大きい方がより鋭敏な土ということが分かる。また、鋭敏比が大きい土は $q \sim \varepsilon_s$ 曲線の初期剛性が大きく、(この場合は) ピークが早く表れる。なお、両図で、②の過圧密土の方が①の正規圧密土の場合よりも q にピークが表れる時の ε_s が大きい

これは初期比体積を両者で揃えているので、初期構造の程度が同じでも、②の過圧密土の方は初期拘束圧がより小さくなるためである。

4.2.2 自然堆積粘土の構造低位化と「乱れ」の関係について

地盤が乱されるのは、拡径によるものだけではなく、自然堆積地盤からサンプリングによっても、その採取された粘土試料は乱される。土のサンプリングに伴う「乱れ」は「圧密降伏応力」の劣化とせん断「強度」の低下などとして顕れる²⁾が、この原因は、次の二つに大別される。

- (a) 「応力解放」 : 現位置の粘土に作用していた拘束圧の解放、
- (b) 「機械的操作」 : サンプラーの押し込み・試料の押し出し、運搬・保管時の振動、トリミング等の繰り返し载荷履歴等。

そこで、1要素を用いた水～土連成計算により、この二つの過程をシミュレートし、上負荷面カムクレイモデルを用いて「乱れ」を再現した。計算で用いる土は採取前に地表面から深さ 20m の位置で、表 4.3 のように構造を持った過圧密状態にあるものとし、図 4.4 に示すように上下・軸対称性を仮定した 4 分の 1 断面の有限要素メッシュを用いて計算する。

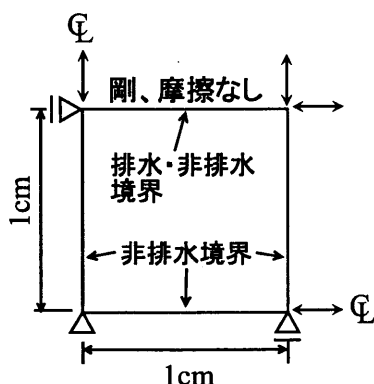


図 4.4: 3 軸供試体 (1 要素)

表 4.3: 材料定数

圧縮指数 λ	0.131
膨潤指数 $\bar{\epsilon}$	0.075
限界状態定数 M	1.53
$p' = 98$ (kPa) における比体積 N	1.97
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (cm/sec)	7.8×10^{-9}
土粒子の密度 ρ_s (kN/m ³)	25.5
正規圧密土化指数 m	10.0
構造劣化指数 m^*	0.8
初期過圧密比 $1/R_0$	1.2
初期構造の程度 $1/R_0^*$	40.0

また (a),(b) の操作後、「圧密降伏応力」の値の変化を調べるための一次元载荷に伴う過程を次のように 4 段階で再現した。

- (1) 応力解放過程 : 上端を排水にして、深さ 20m 分の土被り圧を等方除荷する。
- (2) 繰り返し非排水せん断過程 : 上端を非排水にし、側圧一定で鉛直変位を与えてせん断後、鉛直方向を応力境界で側方変位を与える。この一連の操作を 3 回繰り返す。

- (3) 排水圧縮過程：上端を排水にし、変位と荷重の両制御で土が初期の受けていた応力状態に戻る。
- (4) 一次元圧縮過程：側方変位を固定して、載荷速度 3.0×10^{-2} kPa/sec で定率鉛直載荷を行う。

(1)~(4)の過程を経た「乱された」土と、「乱さない」まま(4)の試験を行った土の比較を図4.5(a)~(c)に示す。また、Casagrandeのlog t法³⁾を用いて、図4.5(a)の「圧密降伏応力」を求めた結果、「乱さない」土と「乱した」土では、それぞれ393kPaと348kPaとなり、サンプリングに伴う構造低位化によって「圧密降伏応力」が劣化した。

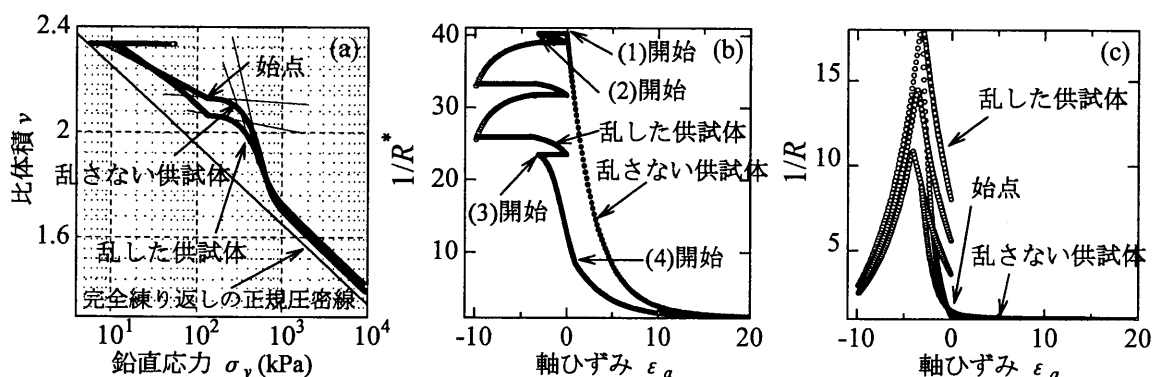


図 4.5: 圧密降伏応力の劣化

次に、サンプリングに伴うせん断「強度」の低下を見るために、上記(2)の過程後、次の(5),(6)の過程を与えた。

- (5) 排水圧縮過程：上端を排水にし、変位と荷重の両制御で初期と（ほぼ）同じ比体積に戻る。
- (6) 非排水せん断過程：上端を非排水にし、側圧一定で軸ひずみ速度 4.0×10^{-4} %/sec でせん断する。

(1),(2),(5),(6)の過程を経た「乱された」土と、「乱さない」まま(6)の試験を行った土との比較を図4.6(a)~(c)に示す。せん断「強度」(q のピーク値)は、「乱さない」土と「乱した」土で、それぞれ54kPaと44kPaとなり、サンプリングに伴う構造低位化によって低下した。

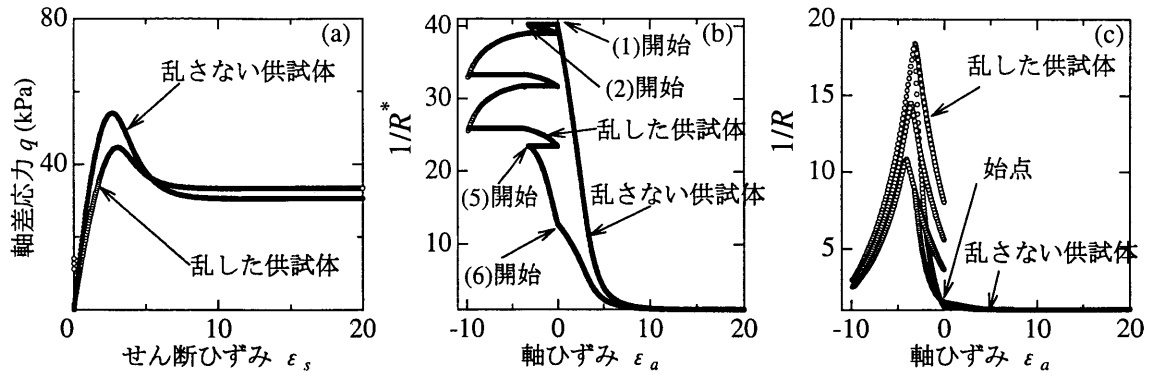


図 4.6: せん断強度の低下

これらの結果から、塑性変形に伴う構造の「低位化」の観点から地盤の「乱れ」について説明できうることを示した。

4.3 砂杭拡径による自然堆積粘土の締固め挙動

4.3.1 地盤の初期状態の設定と計算条件

改良対象地盤の粘土材料として計算に用いたのは、大阪湾洪積粘土 Ma12 層から採取された不攪乱試料を参考にした。ここで、洪積粘土のような地盤の深い層を改良することは無論ありえないが、本章では、自然堆積された粘土地盤の締固め挙動を把握する目的で、このような粘土を計算に用いることにした。

採取された自然堆積粘土の試料を用いて、各種土質室内試験を行って得られた材料定数を表 4.4 示す。

表 4.4: 材料定数 (自然堆積粘土)

圧縮指数 λ	0.25
膨潤指数 $\bar{\kappa}$	0.045
限界状態定数 M	1.43
$p' = 98$ (kPa) における比体積 N	2.4
ポアソン比 ν	0.30
透水係数 k (m/sec)	7.8×10^{-7}
土粒子の密度 ρ_s (kN/m ³)	26.0
正規圧密土化指数 m	10.0
構造劣化指数 m^*	0.1
初期過圧密比 $1/R_0$	表 4.5 参照
初期構造の程度 $1/R_0^*$	表 4.5 参照
地盤の初期比体積 v_0	表 4.5 参照

改良対象地盤の初期状態として、

- ①：練り返された正規圧密状態の粘土地盤、
- ②：練り返された過圧密状態の粘土地盤、
- ③：高位な構造を有し、正規状態（若干過圧密）に近い地盤、
- ④：高位な構造を有する過圧密地盤、

の4種類をそれぞれ設定した（表4.5参照）。それぞれの値に意味はない。通常、自然堆積粘土は「構造」を有する土であるが、①、②の地盤では、構造の影響を無視した粘土地盤の締固め挙動を把握する目的で、この粘土を構造のない完全に練り返した状態（ $1/R_0^*=1.0$ ）の土とした。

表 4.5: 粘土の初期状態の設定

初期状態	初期過圧密比 $1/R_0$	初期構造の程度 $1/R_0^*$	初期比体積 v_0
① 正規圧密地盤	1.0 ($R_0=1.0$)	1.0 ($R_0^*=1.0$)	2.475
② 過圧密地盤	5.0 ($R_0=0.2$)	1.0 ($R_0^*=1.0$)	2.129
③ 若干過圧密	1.3 ($R_0=0.77$)	6.58 ($R_0^*=0.15$)	2.821
④ 過圧密	5.7 ($R_0=0.18$)	8.02 ($R_0^*=0.12$)	2.548

このようにして決定される各地盤の初期状態として、地盤の深さ方向に対する初期平均有効応力分布 p'_{ini} 、初期間隙水圧分布 u_{ini} 、初期比体積分布 v_{ini} について、練り返された①、②の粘土地盤については図4.7のようになり、高位な構造を有する③、④の粘土地盤については図4.8のようになる。地盤全体の平均的な初期比体積 v_0 はそれぞれ表4.5のようになる。なお、前章と同様、初期構造の程度 $1/R_0^*$ 及び初期過圧密比 $1/R_0$ については、簡単のため地盤内全域で一様に分布させている。また、側方応力の鉛直応力に対する初期側圧係数についても、簡単のため、各地盤とも表4.4の弾塑性パラメータから求まる $K_0=0.86$ を仮定した。

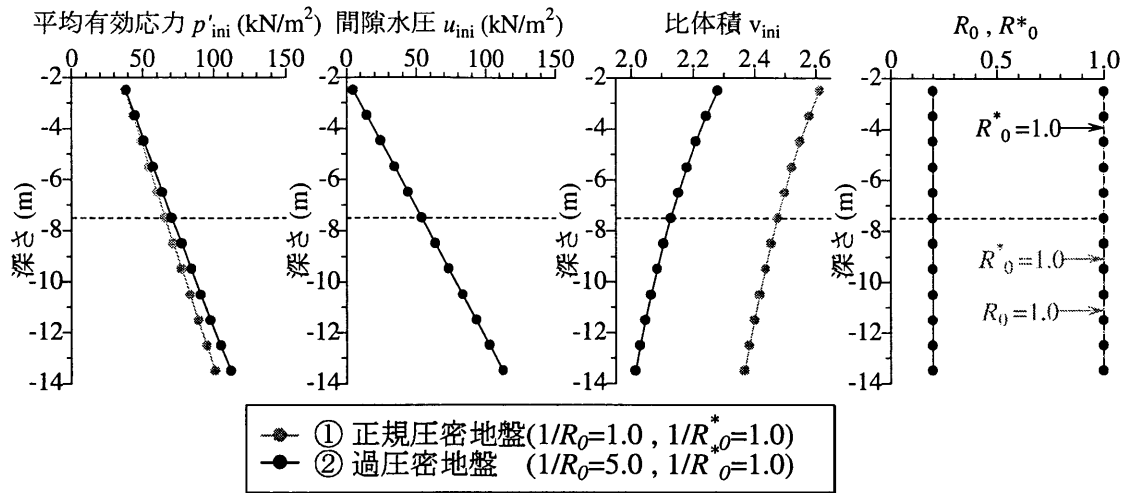


図 4.7: 繰り返された粘土地盤の初期状態 (①, ②)

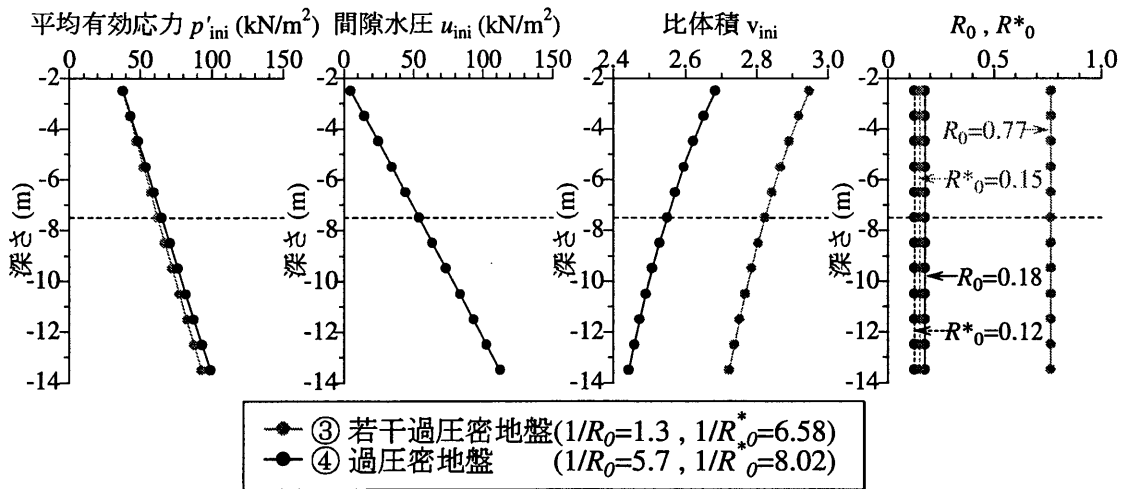


図 4.8: 高位な構造を有する粘土地盤の初期状態 (③, ④)

次に、砂杭拡径による締固め工法の計算方法について説明する。拡径方法については前章までと同様であるが、粘土地盤では、砂杭拡径によって砂杭近傍の要素が鉛直上方向への変形が顕著になり収束計算が困難となることから、有限要素メッシュを図 4.9 のように要素数を変えずに、水平方向だけ等間隔 (0.8m) のメッシュとした。また、地盤左端の境界条件についても前章の砂の場合から一部変更した。図 4.10 において、ケーシング部にあたる地盤左端の節点の鉛直方向について、前章の砂の場合はケーシング押込みによる

拡径中は固定（変位ゼロの境界条件）していたが、本章での粘土の場合では、鉛直方向の境界条件を荷重境界とし拡径中はまったく摩擦が働かないスライド（ローラー）条件とした。これは、ケーシング貫入時や押し込み時には、地盤との間で発生する摩擦を小さくするためケーシングを回転させながら行っていることから、このような条件の変更を行った。また本計算では、このケーシングパイプ貫入時の地盤との摩擦力による地盤の乱れについては考慮していないので、拡径時においてもこのケーシングと地盤間に発生する摩擦力については考慮しないものとした。これにともない、ケーシング引抜きに伴う除荷過程計算については、拡径部および砂杭部からの鉛直上向きの反力のみを除荷している。また砂杭造成後には、地盤の自重圧密による沈下を促す目的で、この場合も砂杭と接する部分の全ての節点について鉛直方向を荷重境界とした。

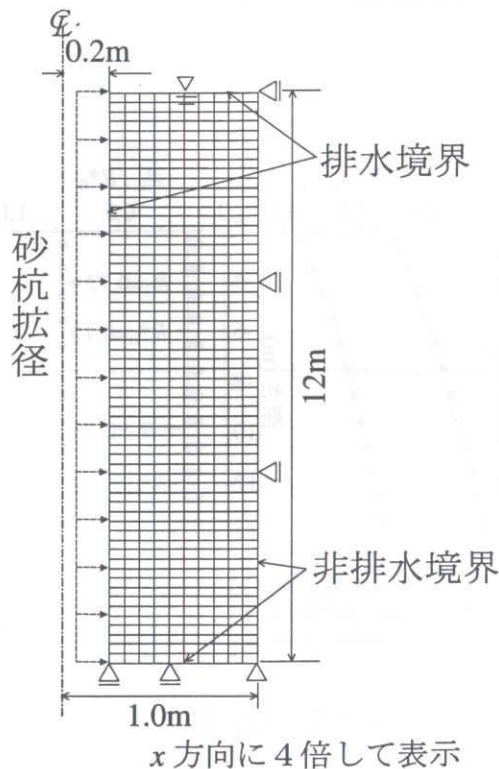


図 4.9: 有限要素メッシュ

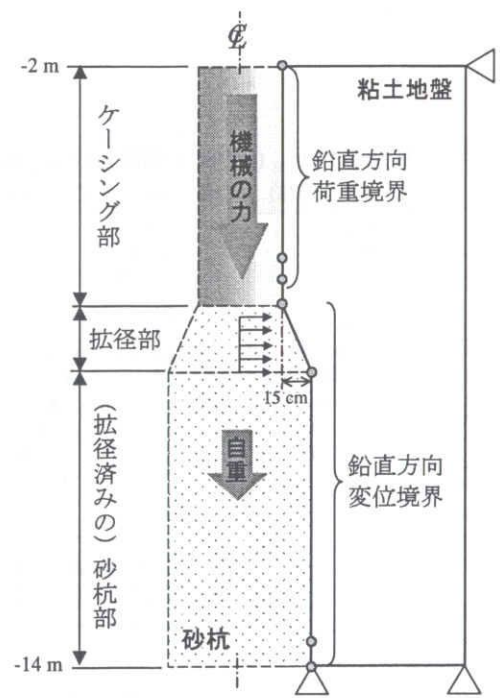


図 4.10: 拡径中の境界条件（鉛直方向）

4.3.2 練り返された粘土地盤の計算結果

まず、砂杭拡径による練り返された低位な構造の粘土地盤の締固め挙動について調べる。図 4.11 に各地盤における拡径位置～押し込み力関係、比体積変化～拡径位置関係を

示し、表 4.6 に各地盤における砂杭造成後の比体積減少量、押し込み力の最大値、及び地表面の最大隆起量を示す。

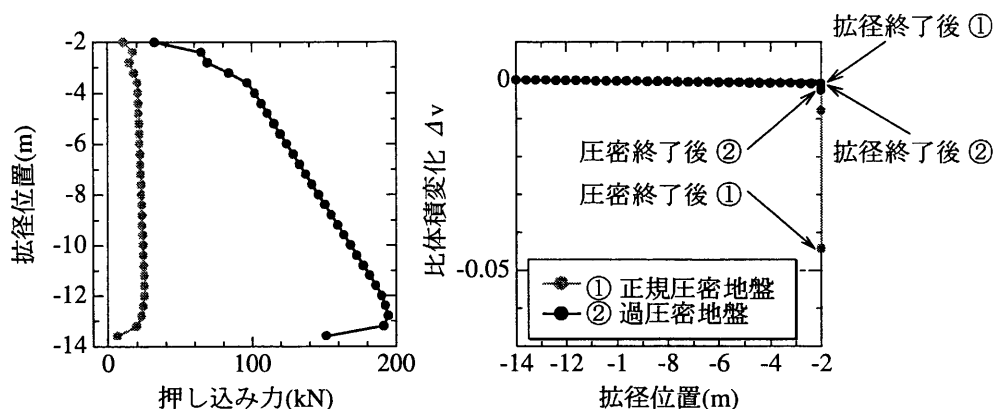


図 4.11: 各ケースの拡張位置～押し込み力、比体積変化～拡張位置関係

表 4.6: 各ケースの比体積減少量、押し込み力の最大値、地表面の最大隆起量

ケース	比体積減少量	押し込み力の最大値
① 正規圧密地盤	0.044	25.2 kN
② 過圧密地盤	0.003	194.4 kN

比体積変化 Δv を見ると、どちらの初期状態の地盤でも、前章の砂質地盤とは異なり砂杭造成中は粘土が密になることはほとんどない。これは、粘土の透水係数が小さいため、拡張中はほとんど非排水状態となるからである。そして砂杭造成後に、拡張によって地盤内に発生した過剰水圧が、消散される時に比体積を減少させ粘土地盤は密となる。これが粘土が「圧密材」と呼ばれる所以である。①の正規圧密地盤では、比体積減少量が大きいですが、②の過圧密地盤では、その減少量が少ない。

さらに詳細に調べるため、地盤内の代表的な土要素の挙動について、①の地盤については図 4.12～図 4.13 に示し、②の地盤については図 4.14～図 4.15 に示す。

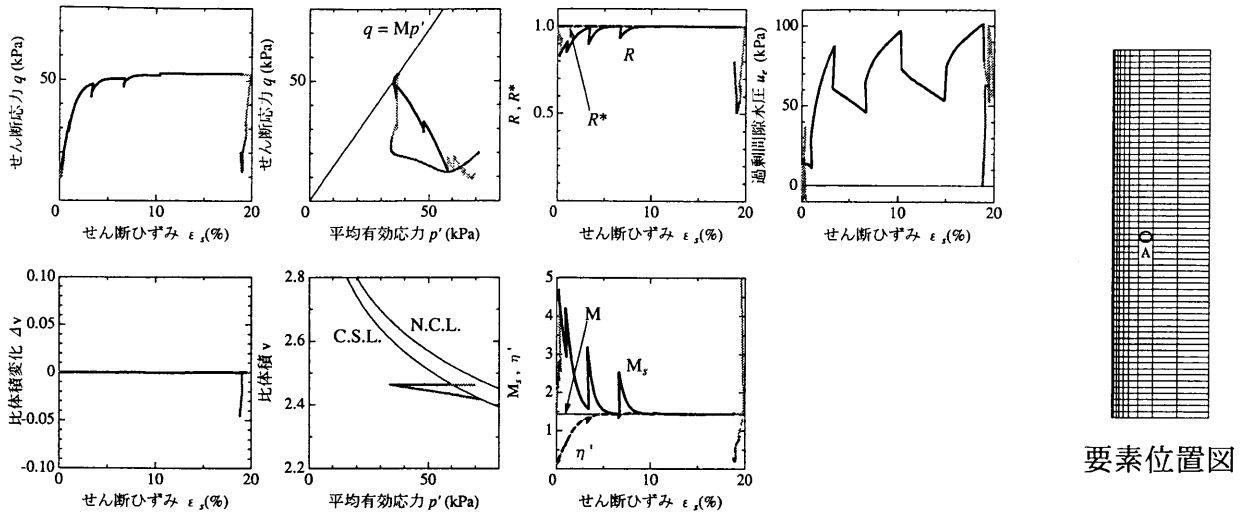


図 4.12: ① 正規圧密地盤の代表的な要素の挙動 (地盤中央部)

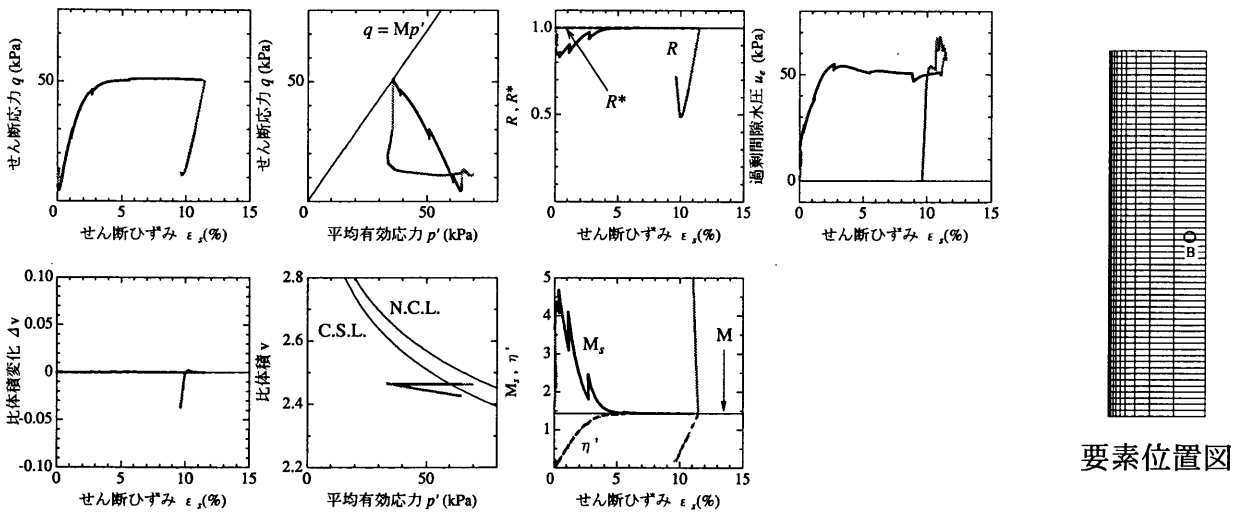


図 4.13: ① 正規圧密地盤の代表的な要素の挙動 (杭間中央部)

要素毎に挙動をみても、拡径中は比体積 v に変化はなく、拡径終了後の圧密中に比体積が減少し密になっている。応力経路をみると、拡径とともに平均有効応力 p' が減少している。このように拡径中に非排水状態で平均有効応力が減少するのは、塑性圧縮（弾性膨潤）を起こしているため、そのため拡径中に発生する過剰間隙水圧 u_e もその値が応力の増加以上に大きい。圧密中には、この正の過剰水圧が消散する過程で比体積を減少させ密にさせている。

過圧密の程度 $R \sim$ せん断ひずみ ϵ_s 関係を見ると、①の地盤は正規圧密状態の地盤であるため、ケーシング引抜きに伴う除荷過程によって過圧密の増加は示しても、拡径による

せん断が与えられれば容易に正規状態に戻る。

次に、図 4.14～図 4.15 に、②の過圧密地盤の代表的な要素の挙動について示す

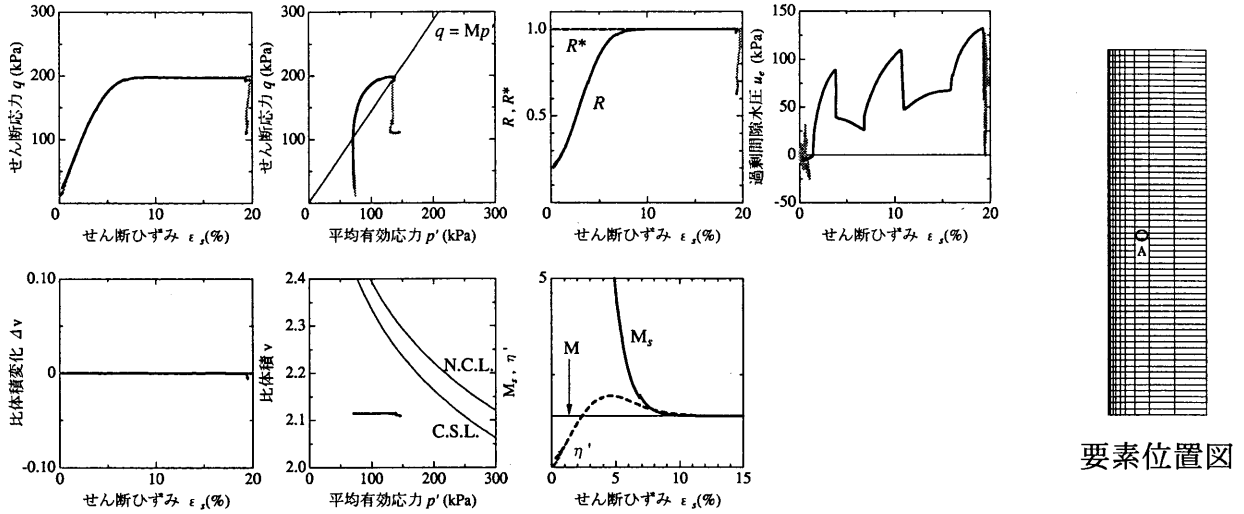


図 4.14: ② 過圧密地盤の代表的な要素の挙動 (地盤中央部)

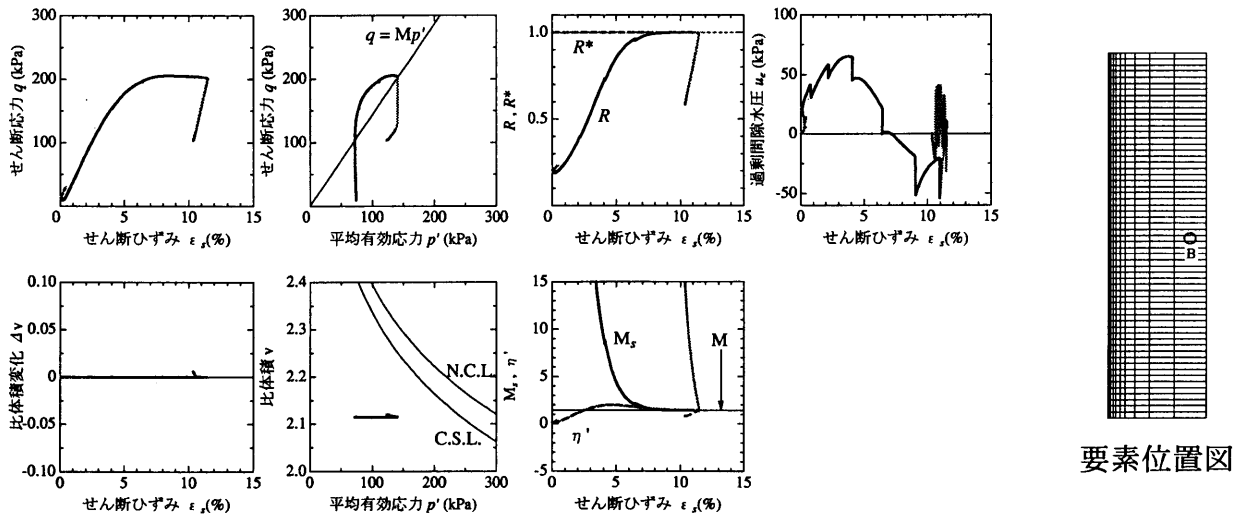


図 4.15: ② 過圧密地盤の代表的な要素の挙動 (杭間中央部)

一方、初期から過圧密の粘土地盤では、拡張中に比体積変化を生じさせない挙動は①の地盤と同様であるが、その後の圧密中ではほとんど比体積を減少させることはなく、杭間中央部の土要素 B (下図) では、拡張中に発生した負の過剰水圧によって逆に膨らんでいくことが分かる。このように、比体積減少がほとんどみられない、あるいは膨らむ等の挙

動は、改良前の初期地盤が過圧密な粘土地盤であるので、拡径によって応力経路が限界状態線の上側に状態を移すため、塑性膨張（弾性圧縮）を引き起こし、これによって正の過剰水圧の増加が抑えられ、十分に圧密排水ができなかったものと考えられる。このように初期に過圧密の大きい粘土地盤では、改良効果が期待できないことがわかる。

粘土地盤の地盤改良目的は、改良することで地盤の強度を増加させることである。そこで、この強度における改良効果について検討するため、砂杭造成前における原地盤の非排水せん断強度と、砂杭造成後、過剰水圧が完全に消散するまで圧密した後の非排水せん断強度について①の正規圧密地盤については図 4.16 に②の過圧密地盤については図 4.17 にそれぞれ示す。

これらを見ると、上図の① 正規圧密地盤では、砂杭拡径による地盤改良によってせん断特性が増加して改良効果が得られている。また、下図の② 過圧密地盤でも、若干ではあるがせん断強度の増加も示しており改良効果が得られている。

以上のことから、粘土地盤における改良工法の工法原理は、やはり「圧密」による地盤の強度増加であり、拡径によって地盤内にいかに正の過剰水圧を発生させるかで、その後の圧密消散過程における地盤の比体積変化が決まる。改良対象となる地盤の初期状態が、もともと正規圧密状態の地盤かもしくは若干過圧密程度の地盤であれば、拡径によって正の過剰水圧が発生しやすいので圧密消散によって地盤は密になり改良効果も期待できる。

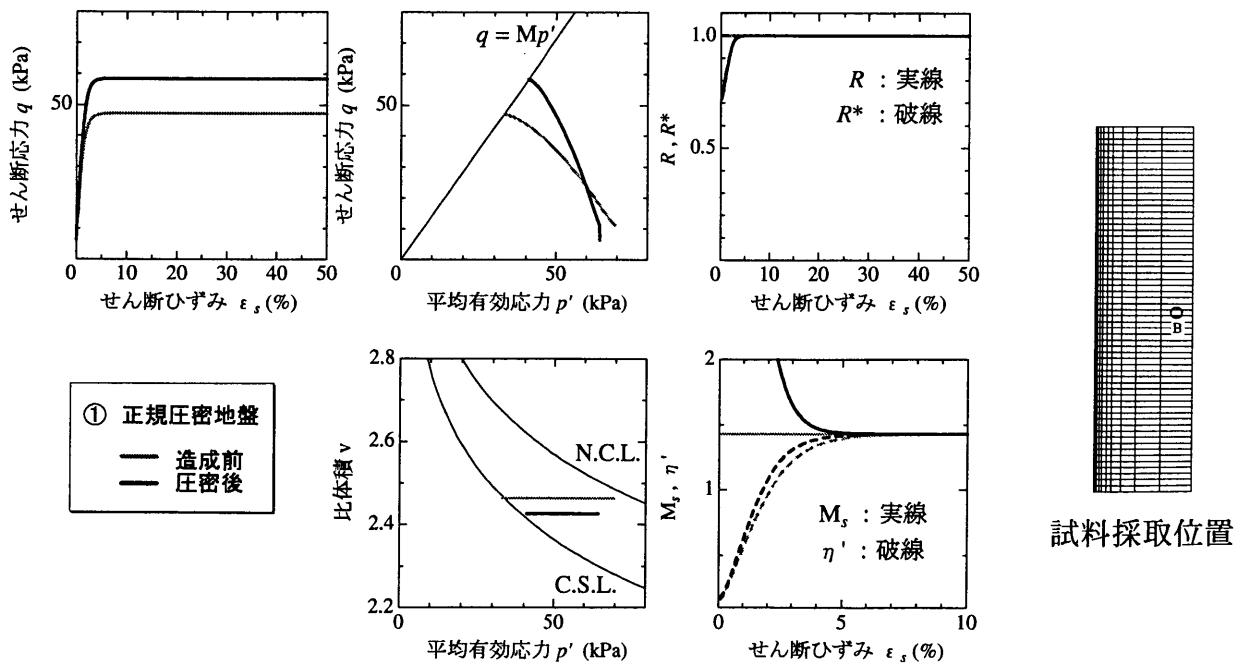


図 4.16: 砂杭造成前後のせん断特性の変化（杭間中央部）

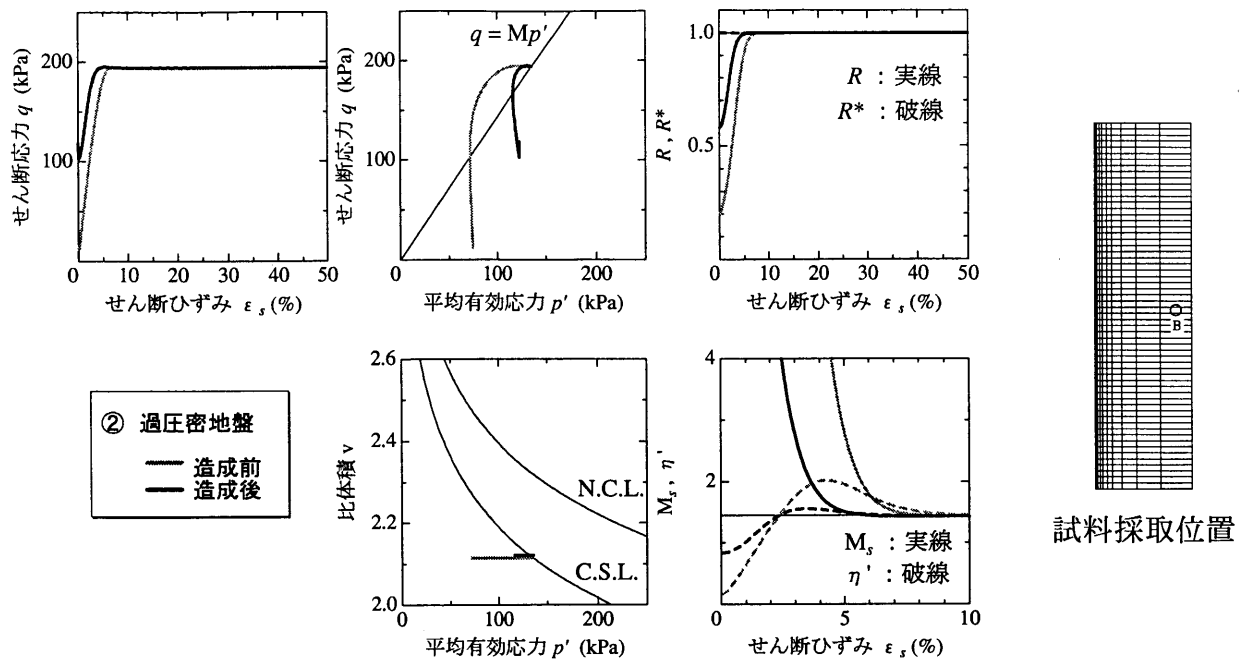


図 4.17: 砂杭造成前後のせん断特性の変化 (杭間中央部)

4.3.3 高位な構造を有する粘土地盤の計算結果

次に、砂杭拡径による高位な構造を有する粘土地盤の計算結果について示す。先ず、図 4.18 に各地盤における拡径位置～押し込み力関係、比体積変化～拡径位置関係を示し、表 4.7 に各地盤における砂杭造成後の比体積減少量、押し込み力の最大値、及び地表面の最大隆起量を示す。

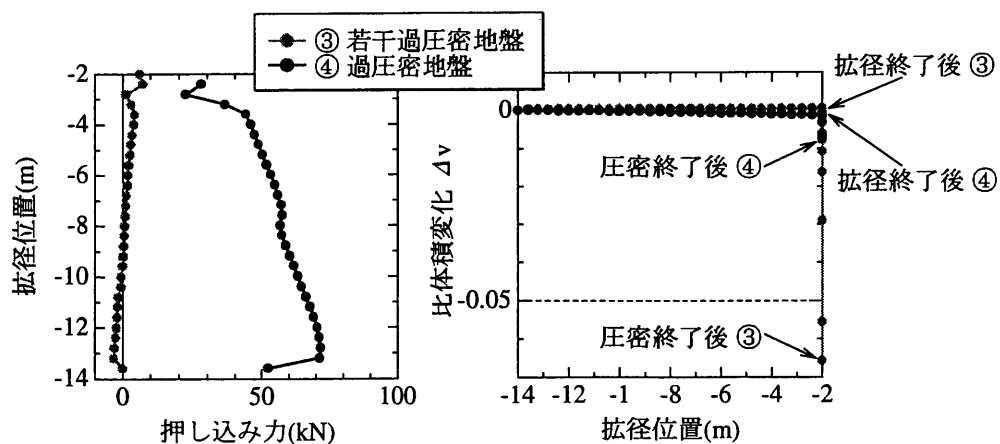


図 4.18: 各ケースの拡径位置～押し込み力、比体積変化～拡径位置関係

表 4.7: 各ケースの比体積減少量, 押し込み力の最大値, 地表面の最大隆起量

ケース	比体積減少量	押し込み力の最大値	地表面の最大隆起量
③ 若干過圧密地盤	0.066	7.2 kN	116 cm
④ 過圧密地盤	0.007	71.7 kN	123 cm

前節の計算結果と同様に、構造を有する粘土地盤でも砂杭拡径中にはほとんど密になることはない。そして、砂杭造成後の圧密によって過剰水圧が消散される時に、③の若干過圧密な粘土地盤では比体積を大きく減少させ密となる。また④の過圧密な粘土は、ここでも圧密による地盤の圧縮は期待できない。

(1) 高位な構造を持つ若干過圧密地盤の地盤改良

次に、③ 高位な構造を持つ若干過圧密地盤の砂杭拡径による締固め挙動と改良効果について検討する。

まず、地盤内の代表的な土要素の挙動について、地盤中央部の土要素 A については図 4.19 に、杭間中央部の土要素 B については図 4.20 に示す。

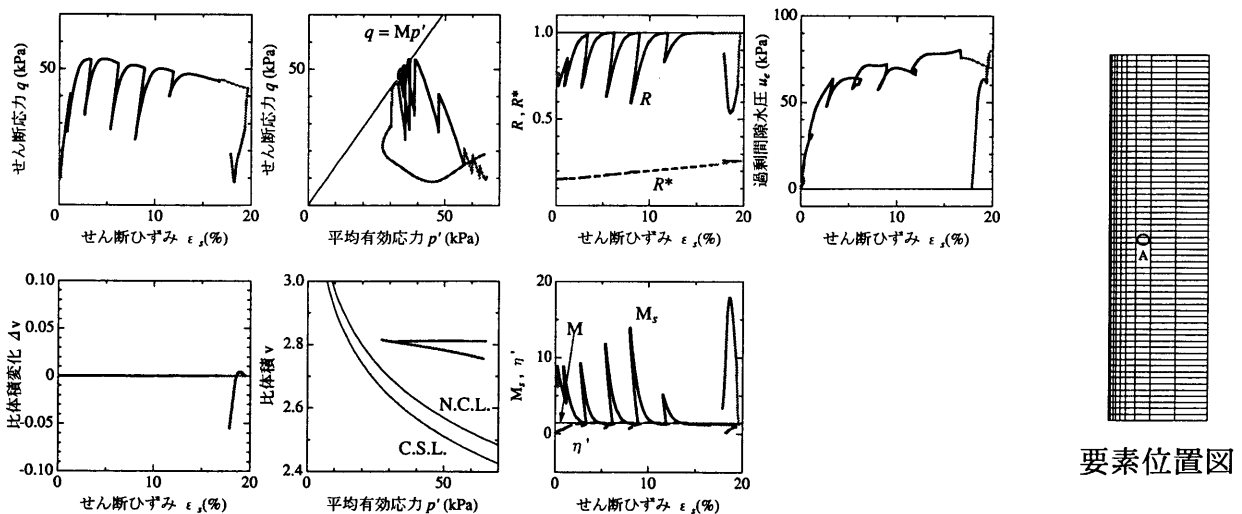


図 4.19: ③ 若干過圧密地盤の代表的な要素の挙動 (要素 A)

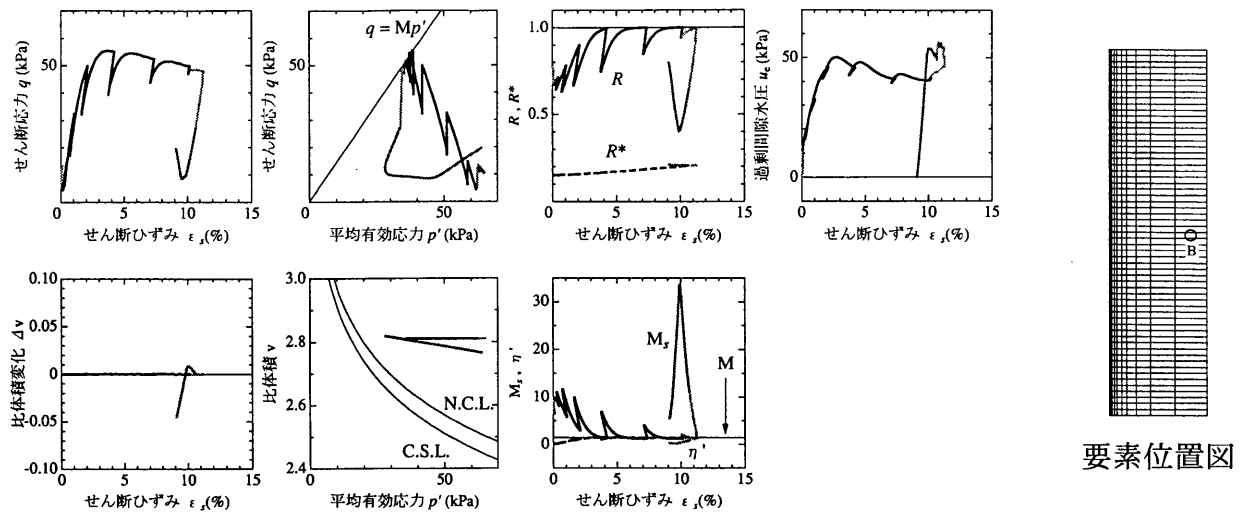


図 4.20: ③ 若干過圧密地盤の代表的な要素の挙動 (要素 B)

改良対象地盤の粘土が自然堆積粘土のような構造を有する粘土であっても、拡張中はどちらの要素も比体積 v に変化はなく、砂杭造成後の圧密中に比体積が減少している。

構造の程度 $R^* \sim$ せん断ひずみ ϵ_s 関係及び過圧密の程度 $R \sim$ せん断ひずみ ϵ_s 関係をみると、拡張によって構造の喪失 ($R^* \rightarrow 1$) よりも過圧密の解消 ($R \rightarrow 1$) の方が卓越していることを示しており、この挙動は前章の砂質地盤の拡張によるものと逆であり、粘土を特徴づける挙動であることが示されている。構造を有する粘土地盤の場合は、前章での砂質地盤での締固め挙動のように、砂杭拡張によって直接地盤の圧縮を起こすほどの構造劣化は起きず、これによる改良効果はあまり期待できない。拡張によるせん断が与えられることで容易に正規圧密状態へ遷移され、また、除荷過程では過圧密の増加を示すが、これらによる地盤の圧縮もほとんど期待できない。

このように構造を有する粘土であっても、やはり粘土地盤の改良原理は砂杭造成後の圧密過程あることが考えられる。

次に、砂杭造成前後における非排水せん断強度について考察するが、高位な構造を有する粘土の砂杭拡張の場合、粘土の「乱れ」と強度の低下が指摘されることを考えて、ここでは、砂杭造成前の原地盤の非排水強度と砂杭造成直後の非排水強度、そして圧密終了後の非排水強度を代表的な土要素で調べる。図 4.21 に① 若干過圧密地盤の砂杭造成前後における非排水せん断強度についてを示す。

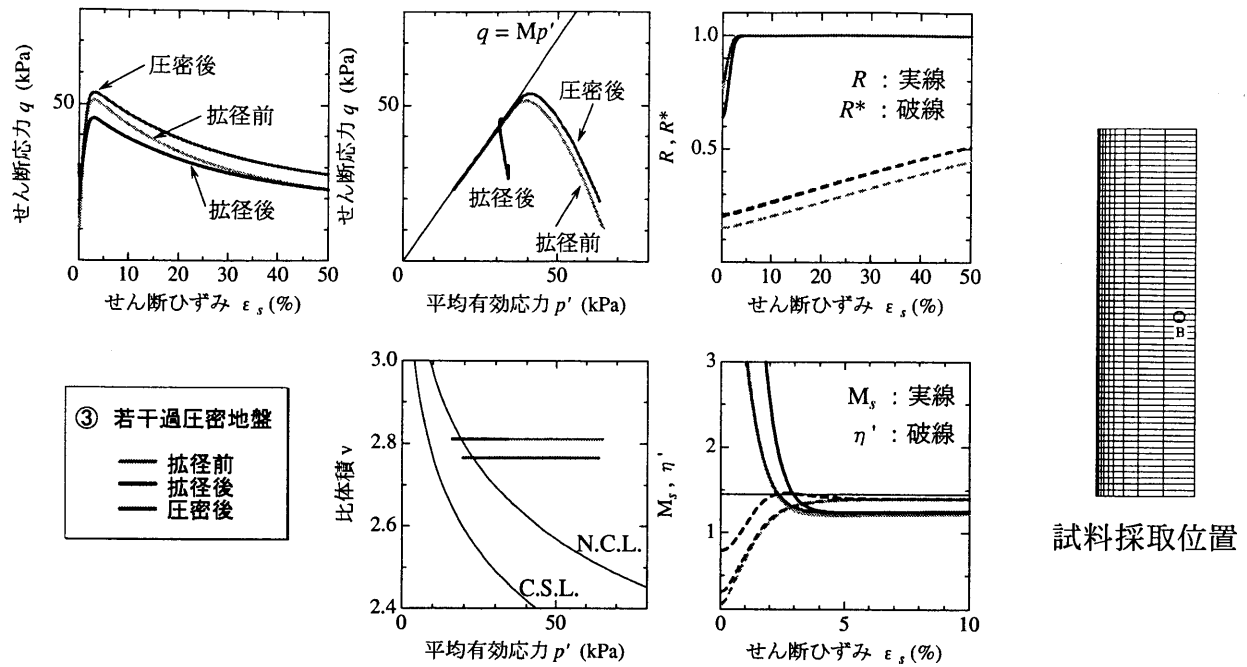


図 4.21: 砂杭造成前後のせん断特性の変化 (杭間中央部)

砂杭拡張直後には、原地盤の造成前より強度低下が見られる。これは拡張によって地盤が乱されたことを表す。しかし、その後の圧密によって強度がもとの原地盤程度まで回復していることが分かる。

(2) 高位な構造を持つ過圧密地盤の地盤改良

次に、④ 高位な構造を持つ過圧密地盤の砂杭拡張による改良効果について検討する。

まず、地盤内の代表的な土要素の締固め挙動について、地盤中央部の土要素 A については図 4.22 に、杭間中央部の土要素 B については図 4.23 に示す。

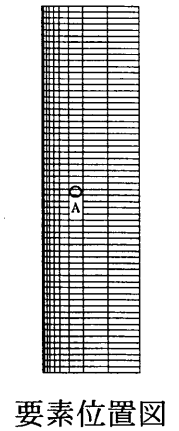
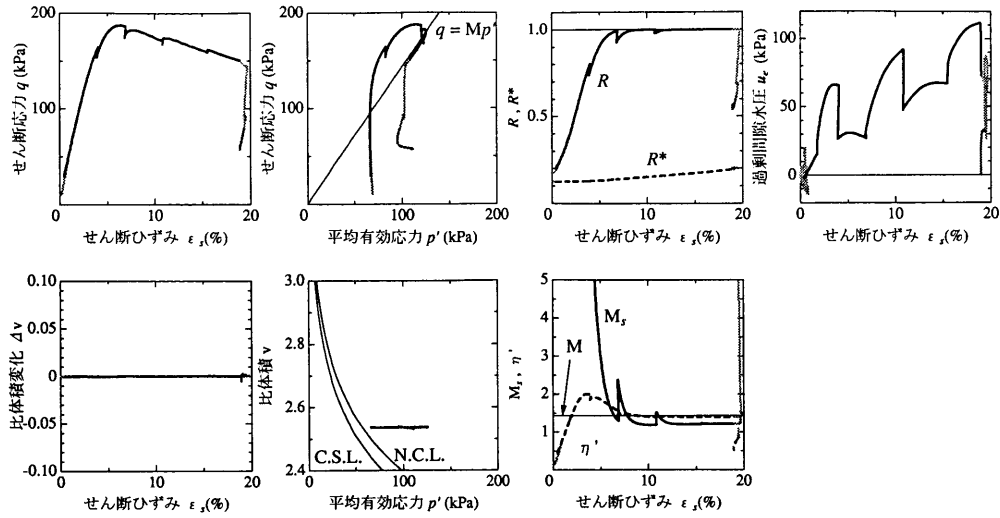


図 4.22: ④ 過圧密地盤の代表的な要素の挙動 (要素 A)

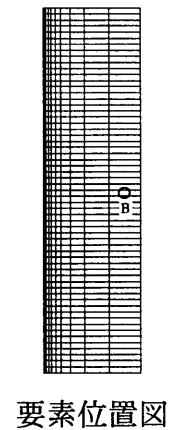
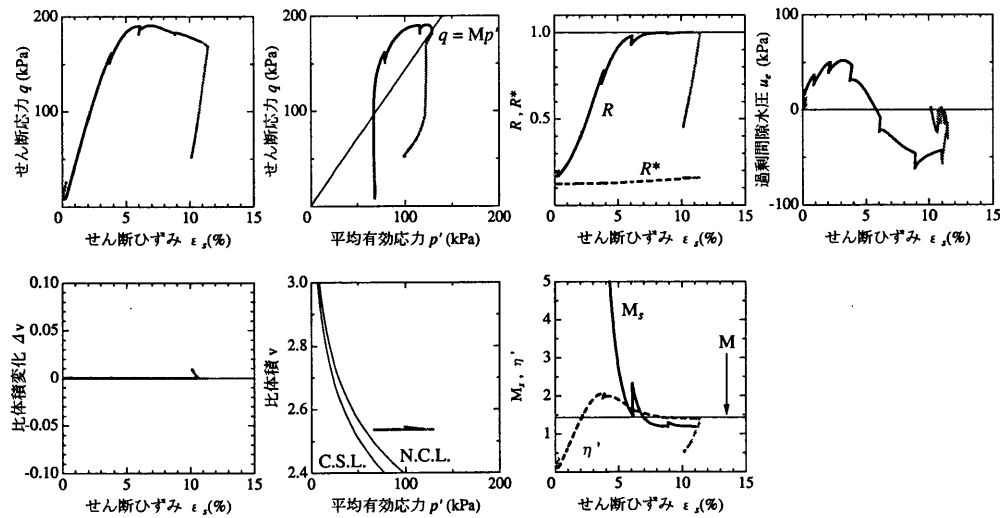


図 4.23: ④ 過圧密地盤の代表的な要素の挙動 (要素 B)

どちらの要素においても過圧密 R が解消され正規化 ($R=1$) されると、応力状態は限界状態線の下側に移り、構造の喪失による塑性圧縮を伴う軟化挙動を示す。この塑性圧縮を示している間は過剰水圧が上昇するが、圧密消散によって比体積を減少させるほど正の過剰水圧が発生しない。このように過圧密地盤では、改良効果が期待できないことがわかる。

次に、図 4.24 に④ 過圧密地盤の砂杭造成前後における非排水せん断強度についてを示す。

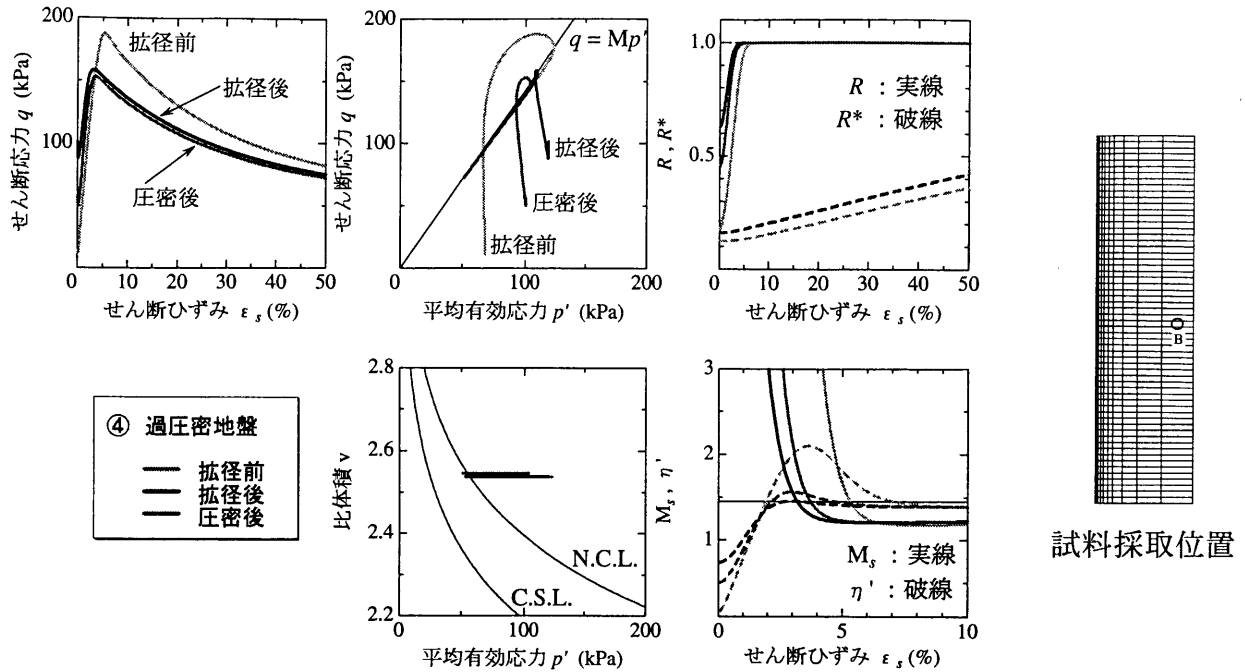


図 4.24: 砂杭造成前後のせん断特性の変化 (杭間中央部)

④の過圧密地盤においても、拡径によって地盤が乱され、砂杭拡径直後には原地盤の造成前より強度低下が見られる。しかし、③の若干過圧密地盤では、その後の圧密によって地盤が密になり、締固め効果が得られたが、④の過圧密地盤では、拡径直後の強度からさらに強度低下を示している。

4.4 結論

本章では、改良対象地盤が構造を有する自然堆積地盤である場合の、砂杭拡径による地盤改良工法を取り上げた。以下に、得られた知見を示す。

- (1) 高位な構造を有する粘土で、より過圧密な粘土ほど、鋭敏な粘土である。
- (2) 自然堆積地盤からサンプリングによる構造低位化から、粘土の乱れを再現した。
- (3) 粘土地盤において砂杭拡径による地盤改良では、砂質地盤の拡径と異なり、拡径中に地盤が密になることはない。拡径後、(拡径によって) 地盤内に発生した正の過剰水圧が圧密消散する過程で地盤は密になる。つまり、粘土地盤の改良原理はやはり「圧密」によるものである。
- (4) 改良対象となる地盤の初期状態が、もともと正規圧密状態の地盤かもしくは若干過圧密程度の地盤であれば、拡径によって正の過剰水圧が発生しやすいので圧密消散によって地盤は密になり改良効果も期待できる。

- (5) 高位な構造を有する自然堆積された粘土地盤の地盤改良では、正規状態、もしくは若干過圧密であれば、拡径によって地盤は乱れても、その後の地盤の圧密によって強度は改良前の強度まで回復する
- (6) しかし、過圧密の程度が大きいより鋭敏な粘土地盤では、拡径後の圧密によっても強度は回復せず、拡径量が大きいほど、地盤を乱すだけで強度はさらに低くなる。

参考文献

- 1) 野津光夫：砂杭による軟弱地盤改良の工法原理とその応用に関する研究, 名古屋大学学位申請論文, 1995.
- 2) 奥村樹郎：粘土のかく乱とサンプリング方法の改善に関する研究, 京都大学学位申請論文, 1974.
- 3) Casagrande, A.: The determination of the pre-consolidation load and its practical significance, John Wiley & Sons, Inc, pp.72-73, 1967.

5 結論

本論文の目的は、土の弾塑性構成式に「上負荷面カムクレイモデル」を用いた水～土連成解析により、パイルドラフト基礎による砂質地盤の液状化抑止効果や砂杭拡径による自然堆積地盤の締固めメカニズムの解明と改良効果の評価について検討することであった。

上負荷面カムクレイモデルは、ゆるい砂や自然堆積粘土のような土骨格の骨組み構造が発達した土で、いわゆる「構造」を有する土のせん断に伴う構造喪失や過圧密解消を記述できる弾塑性モデルである。これまでは、砂と粘土を別々の構成モデルとして用いたり、密な砂などを過圧密粘土と近似して、その弾塑性挙動を表現していたのだが、上負荷面カムクレイモデルを用いることにより、砂と粘土の弾塑性挙動を一つの力学の枠組みで表現することが可能となった。つまり砂はより砂らしい挙動、粘土はより粘土らしい挙動が一つの構成モデルで表現できるようになった。これは、上負荷面カムクレイモデルの発展則によるもので、砂は構造劣化が過圧密解消よりも先行し、粘土は過圧密解消が構造劣化よりも卓越する。この弾塑性力学に基づく砂と粘土の違いが、それぞれの材料によって構成される地盤の地盤改良にどのように反映されているかを数値計算によって求めた。

以下、本論文で得られた結論を章ごとに列挙する。

第2章では、べた基礎に摩擦杭を併用したパイルド・ラフト基礎を、砂質地盤上に設置した場合の、上部構造物の沈下量低減効果、及び液状化抑止効果について、その有効性を検討した。ここでは、上負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成解析により、“地盤を解く”という観点から計算を行った。

これまで、粘土地盤上に設置されたパイルド・ラフト基礎の沈下量低減効果が認められていたが、今回、砂質地盤上に設置した場合の沈下量低減効果について調べ、また、その砂質地盤が液状化した場合に上部構造物への被害を低減するだけでなく、液状化の発生そのものを抑止する工法であるという観点から、液状化しうるゆるい砂質地盤を計算機上で再現し、液状化時の挙動について調べた。

その結果、砂質地盤においても、パイルド・ラフト基礎は荷重を杭先端に伝えることにより地盤深部で変形が生じ、地盤上部の構造が壊れず比体積変化が少ないため沈下量をべた基礎の半分程度に低減することが明らかとなった。次に、浸透力による液状化の表現と、液状化時の地盤内部の時間経過による変化を示し、計算機内で地盤の液状化を表現できた。そして、このような液状化する砂質地盤において、パイルドラフト基礎は基礎直下及び基礎付近の液状化を抑止し、液状化域を構造物から遠ざけることが明らかとなり、また、特に大荷重載荷時にパイルドラフト基礎は沈下量や不同沈下量をよく低減するため、大規模構造物の建設時に有用であることが明らかとなった。

このように、通常は沈下量低減効果が期待されるパイルド・ラフト基礎であるが、砂質地盤の液状化時には、液状化域を構造物から離れた部分へ移動させるとともに、砂質地盤

の液状化による上部構造物への被害低減に対して有効な基礎形式であることが明らかとなった。

第3章では、砂質地盤の締固めに砂杭拡径を用いた地盤改良工法を採用し、ゆるい砂質地盤の締固めメカニズムの解明とその改良効果の評価について考察した。ここでも、上負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成解析により、砂杭造成過程を考慮した境界条件のもと計算を行った。ゆるい砂質地盤は、若干過圧密で高位な構造を有する（構造が発達した）砂であるが、砂杭拡径によって、①砂が初期に有する構造が一気に喪失され、砂質地盤は圧縮硬化によって締め固まる。②ケーシング引抜きによる除荷が何回も繰り返されることによって、砂杭造成前には若干過圧密であっても、造成後にはより大きい過圧密な砂質地盤ができる。ゆるい砂質地盤は、このようなメカニズムによって締め固まると考えられる、そして構造の発達したゆるい砂ほど、その締固め効果は大きい。一方、密な砂質地盤は、過圧密で低位な構造を有する砂として表せるが、密な砂質地盤でも大きな力さえかければ、拡径によってさらに密に締まる。その後の除荷過程によって、それまで限界状態線下を進行していた有効応力パスが限界状態線 $q = Mp'$ の上側を推移することが多くなって、弾性膨張よりも塑性膨張の方が卓越し、地盤の締固め効果を減じることがある。そして、砂杭が地盤から受ける鉛直上向きの摩擦力は、細かく砂杭を造成することでその発生が抑えられ、施工機械の能力以下に抑えているのだが、締固め対象の地盤の砂がゆるい砂であるほど、拡径時には構造喪失を伴う地盤の圧縮には、より小さな力で地盤を締め固めることができる。

このように締め固められた砂質地盤は、確実に密な砂へと改良され、砂杭造成前よりもせん断特性の向上や側圧係数の増加を示すなど、改良効果についても評価できた。砂杭拡径のような大きなせん断を砂質地盤に与え、そしてこの拡径を地盤深部から地盤上部まで細かく繰り返すこの締固め工法は、これらの事柄を同時に満たす工法であることが明らかとなった。

また、構造劣化のしやすさを支配する弾塑性パラメータである構造劣化指数 m を小さくすると、他の初期条件・境界条件を同じにしても、締固め効果があまり得られない結果となる。これは、構造劣化しにくい粘土のような挙動に近づくことから、構造劣化指数 m は、砂質地盤の粒度や粒径分布と言った物理定数に反映されていると考えられる。

次に、砂質地盤の締固め特性として、砂杭拡径の拡径速度を変えると、

また、改良対象の砂質地盤の初期状態によっては、砂の置換率を低くして拡径を行っても十分に締固め効果が得られることが明らかとなった。

第4章では、改良対象地盤が自然堆積粘土である場合の、砂杭拡径による地盤改良工法を取り上げた。

粘土は透水係数が小さいため、砂杭拡径によって地盤内には正の過剰水圧が発生し、これが粘土の圧縮を妨げる。つまり砂杭造成中は粘土が密になることはない。しかし砂杭造

成後、過剰水圧の圧密消散によって、粘土地盤は初めて密になる。このように、粘土地盤の改良原理はやはり「圧密」によるものであるが、改良対象の粘土が自然堆積粘土のような高位な構造を有する土では、砂杭拡径によって地盤は乱され、そのため拡径終了時には地盤の強度も低下するが、その後の圧密によって、正規圧密状態の地盤かもしくは若干過圧密程度の地盤であれば、圧密消散によって地盤は密になり改良効果も期待できる。しかし、過圧密な地盤だと、拡径時に十分に正の過剰水圧が発生せず、そのため、圧密中も地盤はほとんど密にならず、強度も回復しないことが明らかとなった。

このような高位な構造を有する過圧密土は、その正規圧密土に比べて、鋭敏比が大きく、乱れやすい粘土である。本論文では、サンプリングによる乱れについても上負荷面カムクレイモデルを用いた水～土連成解析によって表現し、「乱れ」が構造の低位化によるものであることを示した。

本論文では、地盤改良工法における砂質地盤と粘土地盤の改良原理の違いについて弾塑性力学に基づく砂と粘土の違いから考察したが、この違いは構成式だけから得られるものではなく、やはり水～土連成概念を通して初めて得られるものであることを再認識した。

以上をもって本論文の結論とする。

6 謝辞

本論文は筆者が名古屋大学大学院修士課程から博士課程において行った研究成果をまとめたものです。本論文を作成するにあたって、多大なる御指導・御鞭撻を賜りました名古屋大学 松尾稔総長、名古屋大学 浅岡顕教授、名古屋大学 中野正樹助教授、野田利弘助教授に深く感謝いたします。

松尾先生には、研究者としての厳しさや学問としての「工学」のあり方など、先生のお忙しい中でも、大変分かりやすいお言葉で教えていただきました。また、研究のみならず人間としてのものの考え方やエンジニアとして今後必要となる技術や責任についてもご教授いただきました。また常に先生は、「ものごとの本質を見極める力をつけよ」と御指導下さり、これらのことは筆者の研究活動の礎となっています。深く感謝いたします。

浅岡先生には、筆者が研究室に配属されてからの5年間、先生から教わりました土質力学の真髄に魅せられ、ようやく本論文をまとめることができました。先生とのゼミの中で、研究で行き詰まっていたことが解消できたときの喜びは今でも印象に残っています。今後、研究を行うにあたり、土質力学の本質を見失わないようにし、そして、先生から御教授いただいたことを胸に刻んで努力していきたいと思えます。

中野先生には、本論文をまとめるにあたり、いつも暖かい励ましのお言葉をいただきました。また、学会に提出するための論文をまとめた時には、先生に大変お世話になりました。ここに深く感謝いたします。

野田先生には、常に筆者の研究に対する姿勢を時には優しく、時には厳しく教えていただきました。ここに深く感謝いたします。本論文をまとめるにあたり、先生に御教授いただいた「研究とは一つ一つの積み重ね」ということを、改めて再確認しました。今後の研究活動を行う際にもこれを肝に銘じて頑張りたいと思えます。

名古屋大学 森川高行教授、澤田義博教授には、本論文をまとめるにあたって大変有意義な御意見・御助言をいただきました。ここに深く感謝いたします。

名古屋大学 山田英司助手、金田一広助手には、筆者が最も頼りにしていた先輩方で、研究に関する基礎知識や計算機に関する様々なお助言をいただきました。山田助手には、研究だけでなく私的なことにも親身になって相談にのっていただき、学生から最も信頼されているところなどは、筆者も学ぶことが多くありました。金田助手には、本論文で用いた理論的な基礎知識やプログラムについて、筆者の些細な質問にも快く答えていただきました。ここに深く感謝いたします。

浅沼組技術研究所 高稲敏浩氏には、私の修士過程の時から数値解析やプログラミングに関する全般を懇切丁寧に教えていただき、この場では書き尽くせないほどお世話になりましたことを心から感謝いたします。

不動建設(株) 野津光夫氏、森本明氏、竹内秀克氏には、本論文での研究テーマであ

る「砂質地盤の締固め工法」の現場を見せていただくなど、数多くの御協力・御助言をいただきました。また、研究室の後輩でもある竹内秀克氏には本論文の共同研究者として、“数多くの計算”や非常に有益な現場側からの意見を聞くことができ、論文作成にあたり、机上の空論になりかねないところ、このような御協力・御助言が非常に参考になりましたことは謂うまでもありません。ここに深く感謝する次第です。

岐阜工業高等専門学校 環境都市工学科 学科主任 鎌田相互教授をはじめ、同学科の先生方には、私が岐阜高専に赴任してから様々な御指導・御助言をいただくとともに、私の学位論文作成にあたり暖かい励ましと御協力を賜りました。ここに深く感謝いたします。

筆者の同期で、現在コロラド大学で勉学に励む 倉橋智氏、名古屋大学大学院生 山田正太郎氏には同じ博士課程の学生として多くの刺激を受けました。

また、共同研究者として多くのご協力をいただいた愛知県 竹花慎理氏、日建設計(株) 大野雅幸氏、清水建設(株) 浅井健氏、中央コンサルタンツ(株) 池田征史氏、中部ソフトエンジニアリング(株) 加藤しのぶ氏、M2 八木一浩氏、M2 林伸彌氏、M2 豊原篤史氏には深く感謝いたします。本論文をまとめるにあたりご協力いただいた、M1 栗山和之氏、M1 安藤むつみ氏、M1 吉田幸代氏に感謝を述べたいと思います。そして松尾・浅岡研究室の皆様には在学中より大変お世話になりました。ここに深く感謝いたします。

最後に、博士課程へ進学することを快く認めていただいた両親と、いつも筆者を支えてくれた妻 弘恵 に深く感謝いたします。

A1 連続体力学の基礎理論

(1) はじめに

材料ならびに幾何学的な非線形性を取り込んだ有限変形解析を行ってゆく場合、道具として連続体力学が必要となる。ここでは簡単に本論文で示す有限変形水～土骨格連成解析を行うための必要最小限な事項について説明する^{1),2),3)}。

(2) 諸量の定義

(a) 配置と運動

物体の内部の理想化した点を物質点 X と呼び、この物質点の集まりが物体 B を構成するとする。この物体 B が空間で占める領域のことを配置 (configuration) と呼ぶ。力が物体 B に作用するとこの配置が変化する。この時間的な変化を運動と呼ぶが、運動を記述するためにある特定の時刻 (通常、初期時刻 $t = 0$ とする) の物体 B における配置を基準配置 (reference configuration) とし、この時の物質点 X の位置ベクトルを大文字で $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$ と表す。同様に変形中の現時刻 $t = t$ におけるこの物質点 X の位置ベクトルを小文字 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ で表す。物質点 X の位置ベクトル \mathbf{X} の成分のことを物質座標、 \mathbf{x} の成分のことを空間座標と呼ぶ。物体の運動は \mathbf{x} と \mathbf{X} を結び付ける関数関係によって

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t), x_i = x_i(X_J, t) \quad (i, J = 1, 2, 3) \quad (\text{A1.1})$$

と一意に表現できる。

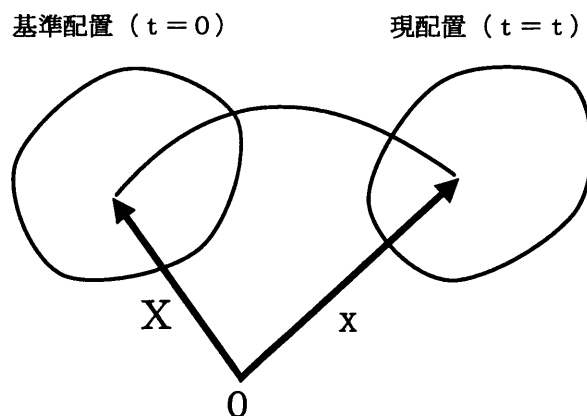


図 A1-1: 物体 B の基準配置と現配置

この $t = t$ の物体の配置を現配置 (current configuration) と呼ぶ (図 A1-1)。この関数 \mathbf{x} は、各時刻で 1 対 1 かつ連続微分可能な関数とする。連続体の諸量あるいは、基本法則を

記述する際、2つの方法がある。一つは、物質点 X の時間によって変わることはない基準配置における、位置ベクトル \mathbf{X} と時刻 t を独立変数として用いる Lagrange 表示法 (物質表示法) である。他のひとつは、時刻とともに変化する現配置における位置ベクトル \mathbf{x} と時刻 t を独立変数にとる Euler 法 (空間表示法) である。前者は基準配置において位置ベクトル \mathbf{X} にあった物質点 X の諸量が時刻 t とともにどう変化していくかを表現する方法であり、後者は位置ベクトル \mathbf{x} で与える位置に着目して、その点において諸量がどう変化していくかを表現する方法である。

(b) 変形勾配テンソルと物体の幾何学的な諸量

基準配置において \mathbf{X} と $\mathbf{X} + d\mathbf{X}$ にあるごく近傍の2つの物質点が時刻 $t = t$ にそれぞれ、 \mathbf{x} と $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$ に移動したものとする。式 (A1.1) を用いると両者の関係から、次式が導かれる。

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} \stackrel{def}{=} \mathbf{F} d\mathbf{X} \quad (\text{A1.2})$$

ここに、

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (\text{A1.3})$$

で、変形勾配テンソルと呼ばれる。ある座標系を設定して成分表示をすれば、

$$F_{iJ} = \frac{\partial x_i}{\partial X_J}, \quad (i, J = 1, 2, 3) \quad (\text{A1.4})$$

となる。 \mathbf{F} は基準状態の任意の物質点 X の位置 \mathbf{X} からごく僅かに離れた物質点までのベクトル $d\mathbf{X}$ が、物体の運動中どのように変化しているかを表すテンソルである。以下に示すようにこの \mathbf{F} によって変形前後の幾何学的な情報が分かるので、有限変形解析を行う上で非常に重要な量である。

今、物質点 X とそのごく近傍にあるいくつかの別の物質点の運動を考える。図 A1-2 のように基準配置における物質点 X から微小ベクトル $d\mathbf{X}^{(1)}, d\mathbf{X}^{(2)}, d\mathbf{X}^{(3)}$ だけ離れた位置にある物質点が、それぞれ、現配置で物質点 X の位置ベクトル \mathbf{x} に $d\mathbf{x}^{(1)}, d\mathbf{x}^{(2)}, d\mathbf{x}^{(3)}$ だけ離れた位置に移動したものとする。基準配置ならびに現配置で、3つの微小ベクトルが作る微小体積をそれぞれ dV, dv とするとそれぞれ次式で表すことができる。

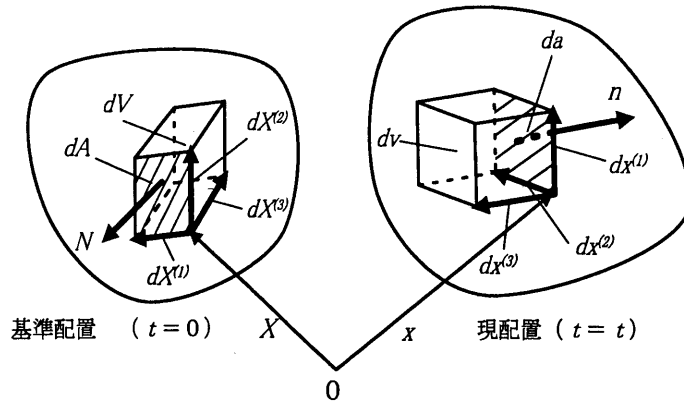


図 A1-2: 微小面積と微小体積の変化の様子

$$\begin{aligned}
 dV &= (d\mathbf{X}^{(1)} \times d\mathbf{X}^{(2)}) \cdot d\mathbf{X}^{(3)} \\
 dv &= (d\mathbf{x}^{(1)} \times d\mathbf{x}^{(2)}) \cdot d\mathbf{x}^{(3)}
 \end{aligned}
 \tag{A1.5}$$

ここに、記号“ \times ”はベクトルの外積を、記号“ \cdot ”はベクトルの内積を表す。

ここで、式(A1.2)を式(A1.5)に代入し、多少の演算をすれば dv は dV を用いて次式で表すことができる。

$$dv = (\det \mathbf{F}) dV = J dV
 \tag{A1.6}$$

すなわち $J = \det \mathbf{F}$ で、この J が基準配置に対する現配置の微小体積比を示している。このことから体積が消滅しない限り $J > 0$ で、 \mathbf{F} は正則であることもわかる。

さらに、 $d\mathbf{X}^{(1)}$ と $d\mathbf{X}^{(2)}$ が作る微小面積ならびにその面に立つ外向き法線ベクトルをそれぞれ dA , \mathbf{N} で表し、同様に $d\mathbf{x}^{(1)}$, $d\mathbf{x}^{(2)}$ が作る微小面積ならびに外向き法線ベクトルをそれぞれ da , \mathbf{n} とする。すると、式(A1.5)は再び次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 dV &= (\mathbf{N} dA) \cdot d\mathbf{X}^{(3)} \\
 dv &= (\mathbf{n} da) \cdot d\mathbf{x}^{(3)}
 \end{aligned}
 \tag{A1.7}$$

ここで、式(A1.2)と式(A1.6)を用い、 $d\mathbf{X}^{(3)}$ が $d\mathbf{X}^{(1)}$, $d\mathbf{X}^{(2)}$ と独立でかつ任意にとれることから、次式が導かれる。

$$\mathbf{n} da = J \mathbf{F}^{-T} \mathbf{N} dA
 \tag{A1.8}$$

この式からわかるように、 F を介して基準配置と現配置と幾何学的な量が対応づけられており、有限変形解析を行っていく上で重要な式である。また、この式 (A1.8) は Nanson の式とも呼ばれる。

また、この正則な F は極分解定理⁴⁾ から、次のように表すことができる。

$$F = RU = VR \quad (\text{A1.9})$$

ここに、 R は直交テンソル ($R^T = R^{-1}$)、 U, V は正定値対称テンソルである。 u_a および v_a ($a = 1, 2, 3$) をそれぞれ U, V の主軸ベクトルとすると、スペクトル表現定理より、次式で表現できる。

$$\begin{aligned} F &= \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} v_{\alpha} \otimes u_{\alpha} \quad , \quad R = \sum_{\alpha=1}^3 v_{\alpha} \otimes u_{\alpha} \\ U &= \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} u_{\alpha} \otimes u_{\alpha} \quad , \quad V = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha} v_{\alpha} \otimes v_{\alpha} \end{aligned} \quad (\text{A1.10})$$

ここに記号 “ \otimes ” はテンソル積を表す。 R は u_a から v_a への剛体回転、 U, V は主値 λ_a に相当する単位長さあたりの伸びを表し、 $\lambda_a > 0$ である。 U, V はそれぞれ右ひずみテンソル、左ひずみテンソルと呼ばれる。ここでもし F が決まれば、

$$\begin{aligned} C &= U^2 = F^T F = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha}^2 u_{\alpha} \otimes u_{\alpha} \\ B &= V^2 = F F^T = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_{\alpha}^2 v_{\alpha} \otimes v_{\alpha} \end{aligned} \quad (\text{A1.11})$$

が計算できて、 λ_a^2 と u_a あるいは v_a を求めることができる。したがって、 λ_a は正なので式 (A1.10) 第1式～第4式を用いて、 U または V ならびに R を決めることができる。

実際、本論文で示す計算ではこの方法により、 R を求めている。ここに B, C はそれぞれ左または右 Cauchy Green テンソルと呼ばれる。

また、Euler ひずみテンソル e や Lagrange ひずみテンソル E も式 (A1.2) の関係から、 F を用いて次のように定義される。

$$\begin{aligned} dx \cdot dx - dX \cdot dX &= (I - (F F^T)^{-1}) dx \cdot dx \\ &= (I - B^{-1}) dx \cdot dx \\ &= 2e dx \cdot dx \\ &= (F^T F - I) dX \cdot dX \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (C - I)dX \cdot dX \\
&= 2E dX \cdot dX
\end{aligned} \tag{A1.12}$$

ここに I は等方テンソルを、記号“ T ”は転置作用素を表す。なお、本論文では刻々の変形に対して座標更新していく有限変形計算を行うため、Euler ひずみ e を用いてせん断ひずみ ε_s を次式で定義し、本論文中で用いている。

$$\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3}e' \cdot e'}, \quad e' = e - \frac{1}{3}(\text{tr } e)I \tag{A1.13}$$

(c) 速度勾配テンソル

以下、上付き記号“ \cdot ”で物質時間微分を表すことにする。

物質点 X の速度 v は、物質点 X の現時刻における位置ベクトル x の物質時間微分 $\dot{x}(X, t)$ であるので、現時刻 $t = t$ において物質点 X と微小ベクトル dx だけ離れた位置にある物質点との速度差 dv は、 F が正則なので、式 (A1.2) とその式の逆を用いて、次式で与えられる。

$$dv = (dx)^{\dot{}} = d\dot{x} = \dot{F} dX \stackrel{\text{def}}{=} L dx \tag{A1.14}$$

ここに

$$L = \dot{F}F^{-1} = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{A1.15}$$

で、速度勾配テンソルと呼ばれる。速度勾配テンソル L はつぎのようにストレッチングテンソルと呼ばれる対称部分 D と、スピテンソルと呼ばれる反対称部分 W に一意に分解される。

$$\begin{aligned}
L &= D + W \\
D &= \frac{1}{2}(L + L^T), \quad W = \frac{1}{2}(L - L^T)
\end{aligned} \tag{A1.16}$$

D はその主軸方向の主値に相当する単位長さあたりの伸び速度を与える。 W は D の主軸の1つを d とすると、 $\dot{d} = Wd$ であることから、 D の主軸の回転速度を表す。これらの L, D , および W は、変形勾配テンソル F と同様、有限変形計算を行う上で頻繁に用いる量である。

つぎに式 (A1.15) を用いて、式 (A1.6) の J の物質時間微分である \dot{J} を次のように誘導

しておく⁵⁾。別の証明法³⁾もあるが、より理解しやすい。

$$\begin{aligned}
 j &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\det(\mathbf{F} + \dot{\mathbf{F}}\Delta t) - (\det \mathbf{F})}{\Delta t} \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\det(\mathbf{I} + \mathbf{L}\Delta t) - 1}{\Delta t} (\det \mathbf{F}) \\
 &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left\{ \begin{vmatrix} 1 + L_{11}\Delta t & L_{12}\Delta t & L_{13}\Delta t \\ L_{21}\Delta t & 1 + L_{22}\Delta t & L_{23}\Delta t \\ L_{31}\Delta t & L_{32}\Delta t & 1 + L_{33}\Delta t \end{vmatrix} - 1 \right\} (\det \mathbf{F}) / \Delta t \\
 &= (L_{11} + L_{22} + L_{33})J = (\text{tr } \mathbf{L})J = (\text{tr } \mathbf{D})J
 \end{aligned} \tag{A1.17}$$

ここに Δt は時間間隔を示す。すると、 dV が時間に依らないことから現配置における微小体積 dv の物質時間微分は次式で表現できる。

$$(dv)\dot{=} j dV = J \text{tr } \mathbf{D} dV = \text{tr } \mathbf{D} dv \tag{A1.18}$$

また、式(A1.8)を $\mathbf{N} dA$ が時間に依らないことを利用して物質時間微分すると、式(A1.15)と式(A1.17)から

$$(\mathbf{n} da)\dot{=} \{(\text{tr } \mathbf{D})\mathbf{I} - \mathbf{L}^T\} \mathbf{n} da \tag{A1.19}$$

が導かれる。

さらに、式(A1.8)と \mathbf{n} との内積をとった後にその式を $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = 1$ に着目しつつ、物質時間微分を施すと式(A1.15)、式(A1.17)から

$$(da)\dot{=} \{(\text{tr } \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{L}^T \mathbf{n}\} da \tag{A1.20}$$

または、 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{W} \mathbf{n} = 0$ を考慮して、

$$(da)\dot{=} \{(\text{tr } \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}\} da \tag{A1.21}$$

が得られる。

(d) 客観性と客観性のある物理量

物体上の2点間の距離や2直線のなす角度は物体にどんな剛体回転 $\mathbf{Q}(t)$ ($\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{Q}^T$) を与えても、変化することはない。また、物体上の2点の相対的な位置ベクトルを考え、物体に任意の剛体回転 $\mathbf{Q}(t)$ を与えても、回転速度 $\dot{\mathbf{Q}}(t)$ などの影響を受けず、剛体回転

$Q(t)$ のみを考慮すれば両者は一致する。このような物体の剛体回転 $Q(t)$ を除いて、本質的に一致するような観測量のことを、客観性のある物理量と呼ぶ。一方、物体上の物質点 X の速度ベクトルの場合は、回転速度の影響を受け、したがって、物体の運動エネルギーも剛体回転速度等の影響を受けることになる。このような物体の剛体回転そのものの以外にも、影響を受けるような観測量のことは客観性のない物理量と呼ぶ。数学的な記述を以下に示す。

運動 $\mathbf{x}(X, t)$ とそれに剛体回転を付加した運動を $\mathbf{x}^*(X, t)$ とすると、両者は次式で表現できる。

$$\mathbf{x}^*(X, t) = Q(t) \mathbf{x}(X, t) + \mathbf{c}(t) \quad (\text{A1.22})$$

ここに、 $Q(t)$ は剛体回転を表す直交テンソル、 $\mathbf{c}(t)$ はベクトルである。ここで、剛体回転を付加した物体から得られる観測量をそうでないものと区別するために、記号“*”を付けて表すと、スカラー量 φ , φ^* 、ベクトル量 \mathbf{v} , \mathbf{v}^* および2階のテンソル量 \mathbf{T} , \mathbf{T}^* について、次式が成立するとき、これらの量を客観性のある物理量と呼ぶ。

$$\begin{aligned} \varphi^*(\cdot, t) &= \varphi(\cdot, t) \\ \mathbf{v}^*(\cdot, t) &= Q(t) \mathbf{v}(\cdot, t) \\ \mathbf{T}^*(\cdot, t) &= Q(t) \mathbf{T}(\cdot, t) Q^T(t) \end{aligned} \quad (\text{A1.23})$$

このように、客観性のある物理量とは元の運動に剛体回転を除いて一致する量である。

例としていくつかの諸量の客観性を調べる。

はじめに、Cauchy 応力の客観性について考える。

Cauchy の公式により、物体のある面に立てた外向き単位法線ベクトルとその面に作用する表面力ベクトルをそれぞれ、 \mathbf{n} と \mathbf{t} とすると、次式の関係がある。

$$\mathbf{t} = \mathbf{T} \mathbf{n} \quad (\text{A1.24})$$

ここに、 \mathbf{T} は Cauchy 応力テンソルである。この物体に対して、ある任意の剛体回転 $Q(t)$ を与えたときの同じ面に作用する表面力ベクトルと、外向き法線ベクトルをそれぞれ、 \mathbf{t}^* と \mathbf{n}^* とすると、式 (A1.24) と同様に次式の関係がある。

$$\mathbf{t}^* = \mathbf{T}^* \mathbf{n}^* \quad (\text{A1.25})$$

ここに T^* は t^* と n^* を関係づける剛体運動をする物体の Cauchy 応力テンソルである。
このとき、表面力ベクトルおよび外向き単位法線ベクトルにはそれぞれ

$$t^* = Q t \quad (\text{A1.26})$$

$$n^* = Q n \quad (\text{A1.27})$$

なる関係があるので、式 (A1.24)～式 (A1.27) から、 t, t^*, n, n^* を消去すると、任意の剛体回転 $Q(t)$ に関して、

$$T^* = Q T Q^T \quad (\text{A1.28})$$

が成り立つことになる。このことから、Cauchy 応力テンソルは客観性のある量とすることができ。

次に、本論文の内容とは関係ないが客観性のないスカラー量の例として、質点系の運動エネルギーを考えてみる。ある質量 m の運動を考えると、運動エネルギー E は、質点の速度 v を用いて、次式で表現できる。

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad (\text{A1.29})$$

この質点に任意の剛体運動 $Q(t)$ を付加させると、この質点の速度 v^* は、式 (A1.22) を参考にして次式を得る。

$$v^* = Q v + \dot{Q} x + \dot{c} \quad (\text{A1.30})$$

ここに、 x は質点の位置ベクトル、 \dot{c} はベクトルである。したがって、この剛体運動を付加された質点の運動エネルギー E^* は次式で表現できる。

$$E^* = \frac{1}{2} m v^{*2} = \frac{1}{2} m (Q v + \dot{Q} x + \dot{c})^2 \quad (\text{A1.31})$$

したがって、 E^* が $\dot{Q}(t)$ および $\dot{c}(t)$ と関係する量になるので、運動エネルギー E は客観性のない量と言え。この例が示すように、スカラー量であるからと言って客観性のある量ではない。

次に、速度勾配テンソル L とストレッチング D およびスピン W (式 (A1.16)) について、客観性のある量かどうか調べる。物体に任意の剛体回転 $Q(t)$ (ただし $Q(0) = I$, I は等方テンソル) を与えた場合、変形勾配テンソル F の定義 (式 (A1.2)) と運動 x^* の定義

(式 (A1.22)) から、剛体回転をともなった物体の変形勾配テンソル F^* は、次式で表すことができる。

$$F^* = Q(t) F \quad (\text{A1.32})$$

これを、変形勾配 F と速度勾配 L の関係 (式 (A1.15)) に代入すると、次式を得る。

$$L^* = Q L Q^T + \dot{Q} Q^T \quad (\text{A1.33})$$

$$D^* = Q D Q^T \quad (\text{A1.34})$$

$$W^* = Q W Q^T + \dot{Q} Q^T \quad (\text{A1.35})$$

これらのことから、 D は客観性のある量であり、 L と W は客観性のない量であることがわかる。

つぎに Cauchy 応力速度の客観性と客観性のある応力速度について考える。

構成式を作る場合、客観性の要請から、任意の剛体回転の付加された運動をする物体からの観測量を用いて作られる構成式は、剛体回転の付加のない物体の物理量からなる構成式と同形的に対応していなければならない。(例えば、剛体回転の付加のないときに2つの観測量 x, y を用いた構成式が $y = ax$ で表されたとすると、この構成式に対応して、回転のある場合も x, y に対応する観測量 x^*, y^* を用いて $y^* = ax^*$ で表されなければならないことを意味する。ここに、 a は材料定数に相当する。) また、両者は剛体回転を除いて一致しなければならない。

このとき、有限変形理論の速度型 (増分型) の構成式として、微小変形理論で体系づけられた応力速度～ひずみ速度の構成式を形式的に拡張利用する場合、その構成式は自ずと同形対応している。しかし、ひずみ速度を客観性のあるストレッチング D で置き換えたとすると、対応する Cauchy 応力速度 \dot{T} が、式 (A1.28) の物質時間微分

$$\dot{T}^* = \dot{Q} T Q^T + Q \dot{T} Q^T + Q T \dot{Q}^T \quad (\text{A1.36})$$

からわかるように客観性のない量なので、そのままでは用いることはできない。このため \dot{T} を何らかの形で客観性のある量で置き換えなければならないことになる。そこで客観性のある応力速度が登場することになるが、本論文では詳細には立ち入らない。一般に有限変形計算では、客観性のある応力速度として、(i) Cauchy 応力の Jaumann rate ⁶⁾, (ii) Cauchy 応力の Green-Naghdi rate ³⁾ (または Dienes rate ⁷⁾ と呼ばれる) の2つがよく用いられる。

(i) Jaumann rate は、式 (A1.35) から得られる \dot{Q} を式 (A1.36) に代入することにより導かれる。すなわち

$$\dot{T}^* + T^*W^* - W^*T^* = Q(\dot{T} + TW - WT)Q^T \quad (A1.37)$$

になるので改めて、

$$\overset{\Delta}{T} = \dot{T} + TW - WT \quad (A1.38)$$

を客観性のある応力速度と定義したものである。これはまた共回転速度と呼ばれる。

一方、(ii)Cauchy 応力の Green-Naghdi rate は、変形勾配 F を極分解した時に得られる回転 R (式 (A1.9)) を用いて次式で定義される。

$$\overset{\circ}{T} = \dot{T} + T\Omega - \Omega T, \quad \Omega = \dot{R}R^T \quad (A1.39)$$

ここに、 Ω は物質スピンと呼ばれる (橋口, 1990 など)。この応力速度について、以下に考察する (図 A1-3)。

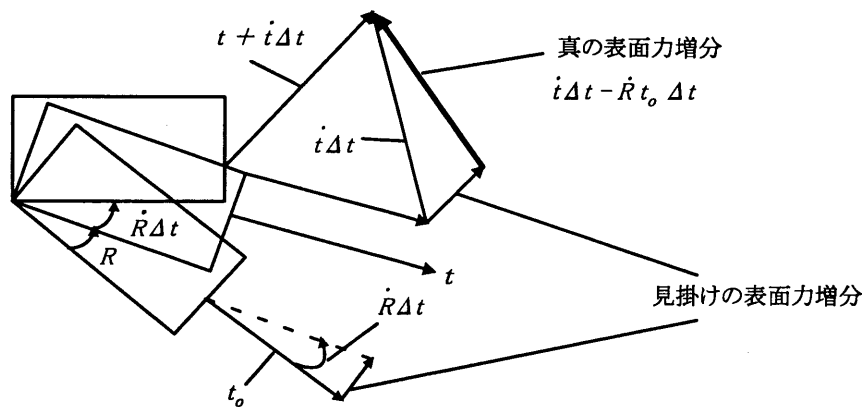


図 A1-3: Green-Naghdi rate の考察

現時刻 $t = t$ におけるある物体の外向き単位法線ベクトル n をもつある面に作用する表面力ベクトル t を、初期時刻 $t = 0$ からの物質点の回転 R の分だけ剛体的に元に戻し、この表面力を $t_0 = R^T t$ とおく。同様に、この外向き単位法線ベクトル n に対して t_0 と同様、基準状態まで戻し、その外向き単位法線ベクトルを $n_0 = R^T n$ とおく。このとき t_0 も n_0 も時間 t に依存しない。ここで、 \dot{R} が物質点の回転速度を与えることを考慮して、この t_0 の回転による見かけの表面力速度 (増分) が $\dot{R}t_0$ で与えられると仮定すれば、「実

質的な表面力速度 (増分) は t_0 を用いて、次式で表すことができる。

$$\dot{t} - \dot{R}t_0 = \dot{t} - \dot{R}R^T t \quad (\text{A1.40})$$

また、 n についても速度 \dot{n} を $\dot{n} = \dot{R}n_0 (= \dot{R}R^T n)$ と仮定すれば、上式 (A1.40) は式 (A1.24) を用いて次式になる。

$$\dot{t} - \dot{R}t_0 = (\dot{T} + T\Omega - \Omega T)n \quad (\text{A1.41})$$

この式の右辺において、 n が作用するテンソル $(\dot{T} + T\Omega - \Omega T)$ を $\overset{\circ}{T}$ で表せば、それがちょうど、Green-Naghdi rate になっている。このような考察から次式のように、現時刻 $t = t$ における応力テンソル T を物質点の回転 R だけ、基準状態に戻してきた後に物質時間微分を施し、再び R の分だけ剛体的に戻した量になっていることがわかる。

$$\overset{\circ}{T} = R(R^T \dot{T} R) R^T \quad (\text{A1.42})$$

これが客観性のある量であることを確かめるためには、式 (A1.32) において、変形勾配 F と F^* について極分解定理 (式 (A1.9)) の表現の一意性から得られる関係式 $R^* = QR$ を用いればよい。ここに、 R^* は F^* (式 (A1.32)) を極分解したときの回転テンソルである。

なお、上記2つの応力速度を含め、客観性のある応力速度は無数個作ることができるので、構成式作成時には構成式全体を眺めて応力速度を適切に選択する必要があるとされる。本論文では計算しやすいという面から (ii)Cauchy 応力の Green-Naghdi rate を用いている。

A2 水～土骨格連成境界値問題の支配方程式

(1) 力のつり合い式

構成式を増分型で与えるため、力のつり合い式も速度型で書く必要が生じる。以下では、飽和土の任意の領域 v に対して、準静的な問題でしかも、自重（物体力）を考慮した速度型の力のつり合い式を次式で表す⁸⁾。

$$\left(\int_v \operatorname{div} \mathbf{T} dv \right) + \left(\int_v \rho \mathbf{b} dv \right) = \int_v \operatorname{div} \dot{\mathbf{S}}_t dv + \rho_w \left(\int_v \operatorname{tr} \mathbf{D} dv \right) \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.1})$$

公称応力速度テンソル $\dot{\mathbf{S}}_t$ は Yatomi et al. の表記法^{9),10)} に従い、次式で定義される。

$$\dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\operatorname{tr} \mathbf{D})\mathbf{T} - \mathbf{T}\mathbf{L}^T \quad (\text{A2.2})$$

ここに、

\mathbf{T}	: Cauchy (全) 応力 (引張を正)
$\rho = n\rho_w + (1-n)\rho_s$: 土の密度
$n = e/(1+e)$: 間隙率
e	: 間隙比
ρ_w	: 水の密度 (均質で時間に対して一定)
$\rho_s = G_s\rho_w$: 土骨格の密度 (均質で時間に対して一定)
G_s	: 土骨格の比重
\mathbf{b}	: 重力作用方向に重力加速度の大きさ g を持つベクトル
\mathbf{L}	: 土骨格の速度勾配テンソル (式 (A2.6))
\mathbf{D}	: 土骨格のストレッチングテンソル (\mathbf{L} の対称成分)

である。この式の誘導に際しては左辺の物質時間微分を施す前に、Gauss の定理と、Nanson の式 (式 (A1.8)) から得られる式 (A1.19) を利用している。また式中の上付き記号 “ $\dot{\cdot}$ ” は物質時間微分を、記号 “ \mathbf{T} ” は転置作用素を表す。

(2) 有効応力原理

\mathbf{I} を等方テンソルとして、全応力 (テンソル) \mathbf{T} を次式のように、2 項に分ける。

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' - u\mathbf{I} \quad (\text{A2.3})$$

ここに、 \mathbf{T}' は有効応力テンソルで u は間隙水圧を表し、全応力 \mathbf{T} と有効応力 \mathbf{T}' は引張側を正に、間隙水圧 u は圧縮側を正にとる。

(3) 土骨格の構成式

土骨格の構成式は客観性のある有効応力速度 $\overset{\circ}{T}'$ と土骨格のストレッチング D を用いて速度型の D に関する線形則で与える。

$$\overset{\circ}{T}' = \mathcal{L}[D] \quad (\text{A2.4})$$

ここで、 $\overset{\circ}{T}'$ は次式に示す Green-Naghdi の有効応力速度³⁾ である。

$$\overset{\circ}{T}' = \dot{T}' + T'\Omega - \Omega T', \quad \Omega = \dot{R}R^T \quad (\text{A2.5})$$

なお、 Ω は土骨格の変形勾配を極分解して得られる回転テンソル R を用いて表される量である。

(4) 適合条件式

ここでは、ストレッチング D に課せられる制約条件のかわりに L の定義を再掲しておく。

$$L = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{A2.6})$$

ここに、 x および v はそれぞれ、土骨格の物質点 X の現配置での位置ベクトルと変位速度ベクトルである。

(5) 水～土連成式

式 (A2.3) により場の未知数が1つ増えるが、次の2式を連立させてこれを補う。

a) 水～土骨格2相系の連続条件式

間隙水の非圧縮性を仮定し、「毎時の土骨格の圧縮・膨張量」は「毎時の土骨格に出入する水の量」に等しいとして次式を得る。

$$\left(\int_v dv \right) = \int_v \text{tr } D dv = - \int_a v' \cdot n da \quad (\text{A2.7})$$

ここに、 v' は平均的な水の流速ベクトルで、 n は土骨格の体積 v の表面境界 $da (a = \partial v)$ に立てた外向き単位法線ベクトルである。

b) ダルシー則

平均的な水の流速ベクトル \boldsymbol{v}' は次式に示すダルシー則により決まる。

$$\boldsymbol{v}' = -k \frac{\partial h}{\partial \boldsymbol{x}} = -k \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}} \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \quad (\text{A2.8})$$

ここに、 k は透水係数（一定のスカラー）、 h は全水頭、 z は位置水頭、 u/γ_w は圧力水頭、 $\gamma_w (= \rho_w g)$ は水の単位体積重量である。また、 \boldsymbol{v}' は間隙水の土骨格に対する相対速度であるので、スカラー値の透水係数 k で与えられる式 (A2.8) の場合は客観性を満足している。

(6) 境界条件

水～土骨格連成系では対象とする物体（土塊）の境界 ($\Gamma = \partial v$) に対して、次式に示すように2種類の境界条件が与えられる。

$$\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_t = \Gamma_{q'} + \Gamma_h (= \partial v) \quad (\text{A2.9})$$

一つは、土骨格に関する境界で、境界 ($\Gamma = \partial v$) を土骨格の変位速度境界 Γ_v と表面力境界 Γ_t に分けて与えるものと、もう一つは、水に関する境界で、境界 ($\Gamma = \partial v$) を間隙水の流量境界 $\Gamma_{q'}$ と水圧（あるいは水頭）境界 Γ_h に分けて与えるものである。以下に、表面力境界 Γ_t と間隙水の流量境界 $\Gamma_{q'}$ での境界条件について説明する。

a) 表面力境界 Γ_t

一般に、表面力ベクトル \boldsymbol{t} が与えられたとき、表面力境界 Γ_t での境界条件として、

$$\dot{\boldsymbol{s}}_t da = (\boldsymbol{t} da) = \dot{\boldsymbol{t}} da + \{(\text{tr } \boldsymbol{D}) - \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{D} \boldsymbol{n}\} \boldsymbol{t} da = \dot{\boldsymbol{S}}_t \boldsymbol{n} da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (\text{A2.10})$$

が成り立ち、 $\dot{\boldsymbol{s}}_t$ は公称応力速度ベクトル¹⁰⁾ と呼ばれる。今、この表面力境界 Γ_t で表面力 \boldsymbol{t} を、 $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{c} \boldsymbol{n}$ で与え、地表面上を時間とともに変動する（ある基準面からの）水面高さ $H = H(t)$ と地表面までの高さ z_s を用いて、スカラー c を静水圧 $-\gamma_w(H - z_s)$ で（時間の関数として）与えるときは、 $\dot{\boldsymbol{s}}_t$ を式 (A1.19) を用いて、次式に書き換えることができる。

$$\dot{\boldsymbol{s}}_t da = (\boldsymbol{t} da) = (\boldsymbol{c} \boldsymbol{n} da) = \dot{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{n} da + \boldsymbol{c} \{(\text{tr } \boldsymbol{D}) \boldsymbol{I} - \boldsymbol{L}^T\} \boldsymbol{n} da \quad \text{on } \Gamma_t \quad (\text{A2.11})$$

なお、3軸試験機のようなセル圧が供試体に一定に作用する場合、つまり、 $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{c} \boldsymbol{n}$ において c が一定 ($\dot{c}=0$) で与えられる場合は、公称表面力速度 $\dot{\boldsymbol{s}}_t$ はもっぱら供試体の形状変化のみによって生じる量として境界に与えられる。

載荷速度 \dot{q} で荷重が作用する部分の境界条件は次のように処理した。現配置での表面力ベクトルを \mathbf{t} 、微小面積を da とすると、Nanson の公式より次式を得る。

$$\mathbf{t} da = \mathbf{T} \mathbf{n} da = J \mathbf{T} \mathbf{F}^{-T} \mathbf{n} da = \mathbf{\Pi} \mathbf{N} dA \quad (\text{A2.12})$$

ここに、

\mathbf{F} : 変形勾配テンソル

$$J = \det \mathbf{F}$$

\mathbf{N}, \mathbf{n} : 基準配置、現配置での単位外向き法線ベクトル

dA, da : 基準配置、現配置での微小面積

$\mathbf{\Pi}$: 第 1 Piola-Kirchhoff 応力テンソル

である。表面力境界 $\Gamma_{\mathbf{t}}$ での公称表面力速度 $\dot{\mathbf{s}}_{\mathbf{t}}$ は次式で与えられる。

$$\dot{\mathbf{s}}_{\mathbf{t}} da = (\mathbf{t} da) = (\mathbf{\Pi} \mathbf{N} dA) = \dot{\mathbf{\Pi}} \mathbf{N} dA = (\dot{q} \mathbf{I}) \mathbf{N} dA \quad \text{on } \Gamma_{\mathbf{t}} \quad (\text{A2.13})$$

ここで、 $\dot{\mathbf{\Pi}} = \dot{q} \mathbf{I}$ として与えた。

b) 間隙水の流量境界 $\Gamma_{q'}$

間隙水の流量境界 $\Gamma_{q'}$ での間隙水の流量 q' は次式で表される。

$$q' = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} = -k \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{n} \quad \text{on } \Gamma_{q'} \quad (\text{A2.14})$$

例えば、非排水境界であれば、上式において流量 $q' = \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} = 0$ として境界条件 $\Gamma_{q'}$ を与える。また、境界を水圧 \bar{u} で与えるならば、 $u = \bar{u} \quad \text{on } \Gamma_u$ となり、水位が変化するような浸透問題を考える場合には、 \bar{u} が $\gamma_w(H - z_s)$ になる。

A3 有限要素法の適用（力のつり合い式の弱形式）

力のつり合い式の弱形式は式 (A2.1) に境界条件を満足するような仮想的な変位速度 $\delta \mathbf{v}$ をかけて体積領域 v で積分することにより次式で表される。

$$\begin{aligned} 0 &= \int_v \left\{ \operatorname{div} \dot{\mathbf{S}}_t + \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \right\} \cdot \delta \mathbf{v} \, dv \\ &= \int_a \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{v} \, da - \int_v \dot{\mathbf{S}}_t \cdot \delta \mathbf{L} \, dv + \int_v \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} \, dv \end{aligned} \quad (\text{A3.1})$$

ここで、Gauss の発散定理を用い、 $\delta \mathbf{L}$ は $\delta \mathbf{v}$ から得られる仮想的な速度勾配テンソルである。 $\dot{\mathbf{s}}_t = \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n}$ (式 (A2.10)) に着目すると次式を得る。

$$\int_v \dot{\mathbf{S}}_t \cdot \delta \mathbf{L} \, dv - \int_v \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v} \, dv = \int_a \dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} \, da \quad (\text{A3.2})$$

$$\int_a \dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} \, da = \int_a \delta \mathbf{v} \cdot \left[c \mathbf{n} da + c \{ (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{I} - \mathbf{L}^T \} \mathbf{n} \right] da \quad (\text{A3.3})$$

これが力のつり合い式の弱形式である。ここに、再掲して

$$\dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (\text{A3.4})$$

$$\dot{\mathbf{s}}_t = \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n} = \dot{\mathbf{T}} + \{ (\operatorname{tr} \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n} \} \mathbf{T} \quad (\text{A3.5})$$

である。式 (A3.2) に有効応力原理 (式 (A2.3)) ならびに有効応力の Green-Naghdi rate $\overset{\circ}{\mathbf{T}}'$ を考慮すると、全応力 \mathbf{T} 、有効応力 \mathbf{T}' および間隙水圧 u で表現した、速度型力のつり合い式の弱形式を次式で得る。

$$\begin{aligned} &\int_v \left\{ \overset{\circ}{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} + \underline{(\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{D} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L} - \rho_w (\operatorname{tr} \mathbf{D}) \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{v}} \right\} dv - \int_v \dot{u} (\operatorname{tr} \delta \mathbf{D}) \, dv \\ &= \int_a \dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} \, da - \int_v (\mathbf{\Omega} \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \mathbf{\Omega}) \cdot \delta \mathbf{D} \, dv \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

ここに、 $\delta \mathbf{D}$ は $\delta \mathbf{L}$ の対称成分である。左辺第 1 項が土骨格の接線剛性になり、第 2 項が体積変化と関係付けられる項になる。第 1 項の最初の下線部が接線剛性マトリクスに形状変化が影響を及ぼす項で、2 つ目の下線部が重力による影響を示す。具体的には付録 A4 に示すが、有効応力の Green-Naghdi rate $\overset{\circ}{\mathbf{T}}'$ を用いて有限要素に離散化すると、物質スピンの $\mathbf{\Omega}$ を含む項 (右辺の積分第 2 項) が各要素の節点変位増分 (あるいは速度) に対して非線形になるので、計算ではこの項を等価な節点力増分として処理する。

A4 有限要素離散化

Yatomi et al. を参照しつつ、式 (A3.6) を有限要素に離散化する。領域 v をいくつかの要素に分割した各領域 v_e^i について、力のつり合い式の弱形式離散化を行い、これをふたたび重ねあわせて全体の剛性方程式を作成する。ここでは、この処理については述べず、要素分割した各領域 v_e^i を単に v と書いて、要素剛性方程式の作成のみを述べる。

平面ひずみ条件あるいは軸対称条件を仮定して、はじめに要素内部の任意の点の変位速度 \boldsymbol{v} (またはその成分 $v_i (i = 1, 2, 3)$) を形状関数 N^k と要素の各節点の変位速度 \boldsymbol{v}^k (またはその成分 $v_i^k (k = 1, 2, \dots, p; p$ は関数近似に必要とする節点で、4 節点アイソパラメトリック要素を用いるときは $p = 4$) を用いて、次式で近似する。

$$\boldsymbol{v} = N^k \boldsymbol{v}^k \quad \text{または、} \quad v_i = N^k v_i^k \quad (\text{A4.1})$$

以下、ベクトル表現ならびにマトリクス表現に対してそれぞれ、記号 $\{ \}$ ならびに $[\]$ を用いるものとする。式 (A3.6) を式 (A1.16) に適用して幾何学的諸量を次式で表す。

$$\{\boldsymbol{v}\} = [N]\{\boldsymbol{v}^N\} \quad (\text{A4.2})$$

$$\{\boldsymbol{D}\} = [B]\{\boldsymbol{v}^N\} \quad (\text{A4.3})$$

$$\{\boldsymbol{L}\} = [M]\{\boldsymbol{v}^N\} \quad (\text{A4.4})$$

$$\text{tr } \boldsymbol{D} = [B_v]\{\boldsymbol{v}^N\} \quad (\text{A4.5})$$

ここに $\{\boldsymbol{v}^N\}$ は各要素の p 個の節点の速度ベクトルの列ベクトル表現である。また、 $\{\boldsymbol{v}\}$ 、 $\{\boldsymbol{D}\}$ 、 $\{\boldsymbol{L}\}$ 、 $[N]$ 、 $[B]$ 、 $[M]$ 、 $[B_v]$ および $\{\boldsymbol{v}^N\}$ のについて、平面ひずみ条件、軸対称条件について具体的表現をつぎの表現で与える。

(1) 平面ひずみ条件

$$\{\boldsymbol{v}^N\} = \begin{Bmatrix} v_1^1 \\ v_2^1 \\ \vdots \\ v_1^p \\ v_2^p \end{Bmatrix}, \quad \{\boldsymbol{v}\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}, \quad \{\boldsymbol{D}\} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ 2D_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.6})$$

$$\{\mathbf{L}\} = \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{12} \\ L_{21} \end{Bmatrix}, \quad [\mathbf{N}] = \begin{bmatrix} N^1 & 0 & \cdots & N^p & 0 \\ 0 & N^1 & \cdots & 0 & N^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.7})$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & N_{,1}^1 & \cdots & N_{,2}^p & N_{,1}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.8})$$

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & 0 & \cdots & N_{,2}^p & 0 \\ 0 & N_{,1}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.9})$$

$$[\mathbf{B}_v] = [N_{,1}^1 \quad N_{,2}^1 \quad \cdots \quad N_{,1}^p \quad N_{,2}^p] \quad (\text{A4.10})$$

で与える。

これらを用いて力のつり合い式の弱形式(式(A3.6))の各被積分項を、順を追ってベクトルとマトリクス表現で示してゆく。構成式を

$$\{\overset{\circ}{\mathbf{T}}'\} = [D^{ep}]\{\mathbf{D}\} \quad (\text{A4.11})$$

とする。なお、 $[D^{ep}]$ は弾塑性マトリクスであり、具体的な成分等は付録A7に示す。ここに、

$$\{\overset{\circ}{\mathbf{T}}'\} = \begin{Bmatrix} \overset{\circ}{\mathbf{T}}'_{11} \\ \overset{\circ}{\mathbf{T}}'_{22} \\ \overset{\circ}{\mathbf{T}}'_{12} \\ \overset{\circ}{\mathbf{T}}'_{33} \end{Bmatrix} \quad (\text{A4.12})$$

である。

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} = \{\delta \mathbf{D}\}^T [D^{ep}]\{\mathbf{D}\} = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{B}]^T [D^{ep}][\mathbf{B}]\{\mathbf{v}^N\} \quad (\text{A4.13})$$

Cauchy 応力の Green-Naghdi rate を用いる場合は、

$$(\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{L} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L}$$

$$\begin{aligned}
&= \{\delta \mathbf{L}\}^T \begin{bmatrix} 0 & T'_{11} - u & -T'_{12} & 0 \\ T'_{22} - u & 0 & 0 & -T'_{12} \\ T'_{12} & 0 & 0 & -(T'_{11} - u) \\ 0 & T'_{12} & -(T'_{22} - u) & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{L}\} \\
&= \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [M]^T [T_1] [M] \{\mathbf{v}^N\} \tag{A4.14}
\end{aligned}$$

と展開できる。なお、ここでは $\text{tr } \mathbf{D} = [1, 1, 0, 0]\{L\}$ であることを使っている。

また、右辺は

$$\dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [N]^T \{\dot{\mathbf{s}}_t\} \tag{A4.15}$$

であり、Green-Naghdi rate の場合はさらに

$$(\Omega \mathbf{T}' - \mathbf{T}' \Omega) \cdot \delta \mathbf{D} = \{\delta \mathbf{D}\}^T \{2T'_{12}, -2T'_{12}, T'_{22} - T'_{11}\} \Omega_c = \{\delta \mathbf{v}\}^T [B]^T \{T'_\Omega\} \tag{A4.16}$$

ここに Ω_c は、 $\Omega = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T$ の (2,2) 成分である。

(2) 軸対称条件

$$\{\mathbf{D}\} = \begin{Bmatrix} D_{11} \\ D_{22} \\ 2D_{12} \\ D_{33} \end{Bmatrix}, \quad \{\mathbf{L}\} = \begin{Bmatrix} L_{11} \\ L_{22} \\ L_{12} \\ L_{21} \\ L_{33} \end{Bmatrix} \tag{A4.17}$$

で定義し、

$$[N] = \begin{bmatrix} N^1 & 0 & \cdots & N^p & 0 \\ 0 & N^1 & \cdots & 0 & N^p \end{bmatrix} \quad (p = 4) \tag{A4.18}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & N_{,1}^1 & \cdots & N_{,2}^p & N_{,1}^p \\ \frac{N^1}{x_1} & 0 & \cdots & \frac{N^p}{x_1} & 0 \end{bmatrix} \tag{A4.19}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 & 0 & \cdots & N_{,1}^p & 0 \\ 0 & N_{,2}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ N_{,2}^1 & 0 & \cdots & N_{,2}^p & 0 \\ 0 & N_{,1}^1 & \cdots & 0 & N_{,2}^p \\ \frac{N^1}{x_1} & 0 & \cdots & \frac{N^p}{x_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A4.20})$$

$$[B_v] = \begin{bmatrix} N_{,1}^1 + \frac{N^1}{x_1} & N_{,2}^1 & \cdots & N_{,1}^p + \frac{N^p}{x_1} & N_{,2}^p \end{bmatrix} \quad (\text{A4.21})$$

で与えると、(1) 平面ひずみ条件の場合と同様、以下のように表現される。

$$\dot{\mathbf{T}}' \cdot \delta \mathbf{D} = \{\delta \mathbf{D}\}^T [D^{ep}] \{\mathbf{D}\} = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [B]^T [D^{ep}] [B] \{\mathbf{v}^N\} \quad (\text{A4.22})$$

Cauchy 応力の Green-Naghdi rate の場合

$$\begin{aligned} (\text{tr } \mathbf{D}) \mathbf{T} \cdot \delta \mathbf{L} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \cdot \delta \mathbf{L} \\ = \{\delta \mathbf{L}\}^T \begin{bmatrix} 0 & T_{11} & -T_{12} & 0 & T_{11} \\ T_{22} & 0 & 0 & -T_{12} & T_{22} \\ T_{12} & 0 & 0 & -T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{12} & -T_{22} & 0 & T_{12} \\ T_{33} & T_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\mathbf{L}\} \\ = \{\delta \mathbf{v}^N\}^T [M]^T [T_1] [M] \{\mathbf{v}^N\} \end{aligned} \quad (\text{A4.23})$$

また、力のつり合い式の弱形式の右辺は(1) 平面ひずみ条件と同様に表現できる。なお、軸対称条件の場合、力のつり合い式の弱形式は半径方向の中心軸からの距離 x_1 が次式のように関係するので注意する。

$$2\pi \left(\int_a \dot{\mathbf{S}}_t \cdot \delta \mathbf{L} x_1 da = \int_l \dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} x_1 dl \right) \quad (\text{A4.24})$$

以上から、 $\{\delta \mathbf{v}^N\}$ の任意性を考慮し、水圧 u を要素中心の値で代表させると、力のつり合い式の有限要素離散化式はつぎのように表現される。

Green-Naghdi rate を用いる場合は、

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_v [B]^T [D^{ep}] [B] dv + \int_v [M]^T [T_1] [M] dv \right\} \{\mathbf{v}^N\} - \int_v [B_v]^T dv \dot{u} \\ & = \int_a [N]^T \{\dot{\mathbf{s}}_t\} da - \int_v [B]^T \{T'_\Omega\} dv \end{aligned} \quad (\text{A4.25})$$

または、

$$K\{\mathbf{v}^N\} - L^T \dot{\mathbf{u}} = \{\dot{\mathbf{F}}\} \quad (\text{A4.26})$$

ここに、

$$K = \int_v [B]^T [D^{ep}] [B] dv + \int_v [M]^T [T_1] [M] dv \quad (\text{A4.27})$$

$$L = \int_v [B_v] dv \quad (\text{A4.28})$$

$$\{\dot{\mathbf{F}}\} = \int_a [N]^T \{\dot{\mathbf{s}}_t\} da - \int_v [B]^T \{T'_\Omega\} dv \quad (\text{A4.29})$$

ここに

K : 非対称な土骨格接線剛性マトリクス

L : 節点の変位速度を体積変化に変換するマトリクス

$\{\dot{\mathbf{F}}\}$: 要素の各点に作用する荷重速度ベクトル

を表す。また、このとき外力速度項 $\int_a [N]^T \{\dot{\mathbf{s}}_t\} da$ について、 $\dot{\mathbf{s}}_t$ は式 (A2.10) により次式で表現されるが、

$$\dot{\mathbf{s}}_t = \dot{\mathbf{T}} + \{(\text{tr } \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D}\mathbf{n}\} \mathbf{T} \quad (\text{A4.30})$$

この式の右辺第2項には境界の幾何学的な量 \mathbf{D} および \mathbf{n} が含まれる。このため、 \mathbf{D} については、各計算ステップの繰返し計算毎に決定される要素の各節点の変位速度 $\{\mathbf{v}^N\}$ と式 (A4.3) を用いて決定する。また、 \mathbf{n} についてはその計算ステップでの節点座標と繰返し計算毎に決まる次の節点座標との平均座標から計算する。

A5 水～土骨格連成式の有限要素表現

(1) 水～土骨格連成式

式(A2.7)に式(A2.8)を代入した式に基づき各要素の中心に間隙水圧を代表させる Christian・田村の方法^{11),12)}を拡張する。すなわち刻々の要素の座標を用いて要素間の間隙水の流れを次式で計算する。

$$\int_a [B_v] da \{v^N\} = L \{v^N\} = \sum_{i=1}^4 \alpha_i (u_i - u) \quad (A5.1)$$

ここで式(A4.5)を使っている。なお、本論文では初期間隙水圧の値が一様な場からの計算とするため、水頭に対してではなく、水圧で定式化する¹³⁾。

(2) 式の誘導

間隙水の流れの表現には Christian 流の田村法を拡張して用いる。

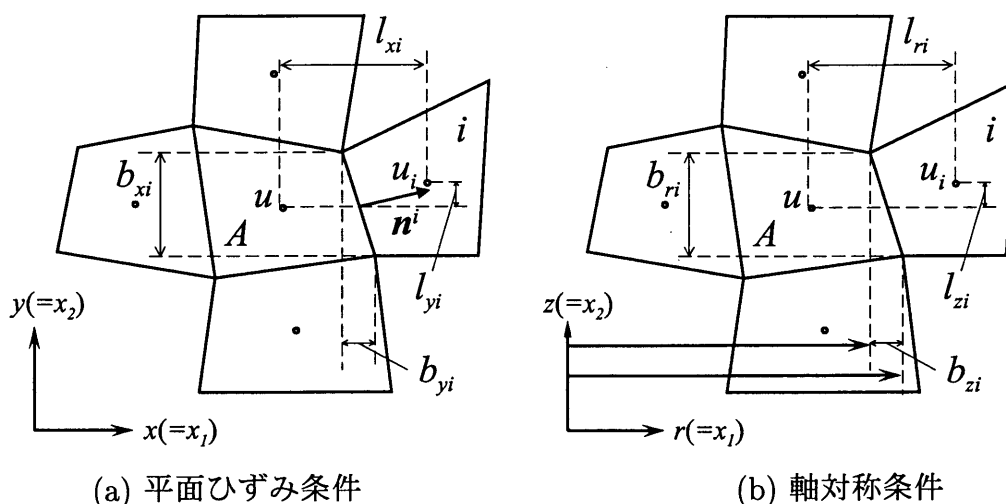


図 A5-1: 要素間の間隙水の流れの計算

なお、図 A5-1 中に現れる記号の意味は次の通り。

l_{xi} : 要素 A と要素 i ($i = 1, 2, 3, 4$) の中心間距離の $x(=x_1)$ 方向成分

l_{yi} : 要素 A と要素 i ($i = 1, 2, 3, 4$) の中心間距離の $y(=x_2)$ 方向成分

b_x : 要素 A と要素 i ($i = 1, 2, 3, 4$) が共有する辺の長さの y 方向成分

b_y : 要素 A と要素 i ($i = 1, 2, 3, 4$) が共有する辺の長さの x 方向成分

n^i : 要素 A と要素 i ($i = 1, 2, 3, 4$) が共有する辺の A 側から見た外向き単位法線ベクトル

i, j : x 方向、 y 方向の単位ベクトル

水～土骨格連成式として式 (A2.7) を再掲する。

$$\int_v \text{tr } \mathbf{D} dv = - \int_a \mathbf{v}' \cdot \mathbf{n} da \quad (\text{A5.2})$$

(a) 平面ひずみ条件

平面ひずみ条件の場合を考える。要素 A から要素 i に流れる流速 \mathbf{v}^i の大きさ v^i は

$$v^i = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\Delta u}{\Delta l} = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\Delta u}{\sqrt{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2}}, \quad \Delta u = u_i - u \quad (\text{A5.3})$$

より、 \mathbf{v}^i の x 方向および y 方向の成分はそれぞれ、

$$\begin{aligned} v_x^i &= v^i \frac{l_{x_i}}{\sqrt{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2}} = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{l_{x_i}}{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2} \Delta u \\ v_y^i &= v^i \frac{l_{y_i}}{\sqrt{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2}} = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{l_{y_i}}{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2} \Delta u \end{aligned} \quad (\text{A5.4})$$

つまり、要素 A から要素 i に流れる流速は、

$$\mathbf{v}^i = - \frac{k}{\gamma_w} \frac{1}{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2} \{l_{x_i} \mathbf{i} + l_{y_i} \mathbf{j}\} \Delta u \quad (\text{A5.5})$$

また \mathbf{n}^i は、

$$\mathbf{n}^i = \frac{b_{x_i}}{\sqrt{b_{x_i}^2 + b_{y_i}^2}} \mathbf{i} + \frac{b_{y_i}}{\sqrt{b_{x_i}^2 + b_{y_i}^2}} \mathbf{j} \quad (\text{A5.6})$$

da^i は

$$da^i = \sqrt{b_{x_i}^2 + b_{y_i}^2} \quad (\text{A5.7})$$

したがって平面ひずみ問題の場合、間隙水の流れを次式で表現する。

$$\begin{aligned} \int_v \text{tr } \mathbf{D} dv &= \int_v [B_v] dv \{\mathbf{v}^N\} \\ &= - \sum_{i=1}^4 \mathbf{v}^i \cdot \mathbf{n}^i da^i \\ &= \sum_{i=1}^4 \frac{k}{\gamma_w} \frac{\Delta u}{l_{x_i}^2 + l_{y_i}^2} \{l_{x_i} b_{x_i} + l_{y_i} b_{y_i}\} \\ &= \sum_{i=1}^4 \alpha_i (u_i - u), \quad \Delta u = u_i - u \end{aligned} \quad (\text{A5.8})$$

(b) 軸対称条件

軸対象条件の場合も、同様にして次式で表現する。

$$\int_v \text{tr } \mathbf{D} r da = \int_v [B_v] r da \{\mathbf{v}^N\}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{k}{\gamma_w} \sum_{i=1}^4 \frac{\Delta u r_i}{l_{r_i}^2 + l_{z_i}^2} (l_{r_i} b_{r_i} + l_{z_i} b_{z_i}) \\
&= \sum_{i=1}^4 r_i \alpha_i (u_i - u)
\end{aligned} \tag{A5.9}$$

ただし、 r_i は回転対称軸からの当該要素 A と i 要素が共有する辺の中心までの距離とする。

(3) 境界条件の処理

(a) 非排水境界の処理

ここでいう非排水境界とは要素間の境界ではなく、解析対象領域の境界が非排水であることを示す。非排水境界では当該要素の中心の水圧と境界 (の辺) の水圧とが等しいとすれば得られる。すなわち、その非排水辺について $\alpha_i = 0$ とする。

(b) 排水境界の処理

ここでいう排水境界もまた、解析対象領域の境界が排水であることを示す。簡単のため四角形要素の 1 番目の辺が排水境界で水圧 u_c が与えられ、他の辺は排水境界でも非排水境界でもないとする (要素間には間隙水の移動があるとする)。すると、式 (A5.8) を次式で表すことができるので、

$$\int_v \text{tr } \mathbf{D} dv = \sum_{i=1}^4 \alpha_i (u_i - u) \tag{A5.10}$$

$$= \alpha_1 u_c + \sum_{i=2}^4 \alpha_i u_i - \left(\sum_{i=1}^4 \alpha_i \right) u \tag{A5.11}$$

ここでこの $\alpha_1 u_c$ の項を、全体剛性方程式の荷重増分項の側に移項して処理する。

A6 上負荷面カムクレイモデルの概要

A6.1 はじめに

自然堆積粘土のような、いわゆる構造を持った土の弾塑性挙動を記述することを考える。カムクレイモデルは正規圧密状態にある繰り返し粘土の負荷時の挙動を表わすものとし、カムクレイにとっての「不可能領域 (Impossible state)」、つまり Roscoe surface の外側にカムクレイ降伏面と形が相似形 (相似中心は $q = 0, p' = 0$) の「上負荷面」 (Superloading surface) を取る。構造をもった土の負荷時の挙動は、この上負荷面に関連流れ則、その他の弾塑性諸法則を適用して定める。

上負荷面上に応力状態をとる土は「正規圧密土」 (Normally consolidated soil) と呼ぶ。上負荷面に関連流れ則を適用するのだが、後続負荷面を定めるために橋口の「下負荷面」の考え方にならって、「上負荷面～カムクレイ降伏面相似率 R^* の発展則」を設ける。この発展則は、「塑性変形が進むほど土は構造を失ってゆき、やがて上負荷面はカムクレイ降伏面に一致する」というものである。カムクレイ降伏面は塑性体積変化の圧縮、膨張によって拡大、縮小するが、上負荷面は塑性体積変化および R^* の発展則によってやはり拡大、縮小し、両者は塑性変形の進展によってやがて一致し、それ以降は土は繰り返し土として、カムクレイの挙動に従う。

上負荷面上にあった土が弾性除荷を受けると、その土は「過圧密土」 (Over consolidated soil) と呼ばれる。この土が新たに負荷を受けるときは、現応力点を通り上負荷面と相似形の (相似中心は $q = 0, p' = 0$) 「下負荷面」 (Subloading surface) を導入して、再負荷時の弾塑性挙動を定める。すなわち下負荷面上にある過圧密土が負荷を受けるとき、後続負荷面を定めるために、橋口にならい「上負荷面～下負荷面相似率 R の発展則」を設ける。この発展則は、「塑性変形が進めば、やがて土は過圧密状態から正規圧密状態に戻り、いつか下負荷面は上負荷面に一致する」というものである。なお以上でもし上負荷面がカムクレイ降伏面に一致している時は、上負荷面をカムクレイ降伏面に読みかえればよい。

以上から、土は表 A6.1 に示す 4 つのカテゴリのいずれかに属することが分かり、さらに塑性変形が進めばどの土も IV の土に戻ることも分かる。

表 A6.1: 土のカテゴリ

	構造を残した土	Remolded soil
Normally consolidated soil	I	IV
Over consolidated soil	II	III

上負荷面カムクレイモデルの重要な点は、すべての土は最初 I の状態にあることを、水～土連成計算を通じてモデル自身が示すことができる点にある。しかし、このモデルは構

造が壊されていく、あるいは除荷を受けて過圧密状態になるということは表現できても構造が作られることは表現できない。

ここでは、まず1.2で簡単にカムクレイモデルの説明を行い、??で上負荷面カムクレイモデルの定式化とその特徴を示す。

A6.2 限界状態理論と土の硬化、軟化

1960年、Henkel¹⁵⁾は練り返された飽和正規圧密粘土供試体を用いて実験を行い、体積変化が初めと終わりの応力状態だけで決まり、途中の応力経路によらない(状態量)ということを示した。塑性力学によれば体積ひずみは弾性成分と塑性成分の和に分解できる。弾性成分は途中の応力経路に依存しない状態量であることから、塑性体積ひずみも経路に依存しないことになる。そこで塑性論にしたがって塑性体積ひずみを粘土の硬化・軟化の履歴パラメータにとるのがオリジナルカムクレイモデルである。以下にオリジナルカムクレイモデルについてその特徴などを説明する^{27),5)}。有限変形計算ができるように定式化^{9),10)}するので連続体力学の知識が必要となるが、付録A1に連続体力学の基礎理論を示しておく。

(1) オリジナルカムクレイモデル

ストレッチング D は次式に示すように、弾性成分 D^e と塑性成分 D^p に分解できるものと仮定する。

$$D = D^e + D^p \quad (A6.1)$$

すると、初期時刻 ($t = 0$) から現時刻 ($t = t$) までの単位体積当たりの単位変化量は次式で与えられる。

$$\int_0^t J \operatorname{tr} D d\tau = \int_0^t J \operatorname{tr} D^e d\tau + \int_0^t J \operatorname{tr} D^p d\tau \quad (A6.2)$$

ここに、

$$J = \det \mathbf{F} = \frac{1 + e}{1 + e_0}$$

\mathbf{F} : 変形勾配テンソル

$1 + e, 1 + e_0$: 現時刻 ($t = t$) と初期時刻 ($t = 0$) における比体積

今、式(A6.2)の右辺第1項は、「弾性成分」であるので材料定数 $\tilde{\kappa}$ を用い途中の応力経路に依存しない形で、次式で与えることにする。

$$\int_0^t J \operatorname{tr} D^e d\tau = -\frac{\tilde{\kappa}}{1 + e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (A6.3)$$

ここに、 p' は現時刻 ($t = t$) の平均有効応力 $-\text{tr } \mathbf{T}'/3$ を表し (ただし、本論文では \mathbf{T}' 、 \mathbf{T} は引張側を正にとり、 \mathbf{T}' は Cauchy 有効応力)、 p'_0 は初期時刻 ($t = 0$) での p' の値を示す。ここで、式 (A6.3) の物質時間微分をとると、

$$\text{tr } \mathbf{D}^e = -\frac{\tilde{\kappa}}{1 + e} \frac{p'}{p'} \quad (\text{A6.4})$$

となるので、 $\tilde{\kappa}$ はいわゆる膨潤指数である。さらに、この土骨格の弾性変形に対し、非線形等方フック則を仮定すると、

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} \mathbf{D}^e = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) (\text{tr } \mathbf{D}^e) \mathbf{I} + 2 \tilde{G} \mathbf{D}^e \quad (\text{A6.5})$$

が式 (A6.4) から唯一に決まる。この式で \mathbf{E} は弾性係数テンソルで、

$$\tilde{K} = \frac{J(1 + e_0)}{\tilde{\kappa}} p', \quad \tilde{G} = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)} \tilde{K} \quad (\text{A6.6})$$

はそれぞれ、非線形体積弾性係数ならびにせん断弾性係数を示し、 ν はポアソン比である。

Henkel の実験¹⁵⁾ に従えば、土骨格の体積変化は途中の有効応力経路によらず、初期時刻と現時刻の有効応力状態のみで決定される。また、この体積変化量は、等方圧縮による成分とダイラタンシーによる成分の和で記述できる^{16), 17)}。すなわち、

$$\int_0^t J \text{tr } \mathbf{D} d\tau = -\frac{\tilde{\lambda}}{1 + e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} - \frac{(\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa})}{M(1 + e_0)} \frac{q}{p'} \quad (\text{A6.7})$$

である。ここに、 q は一般化された偏差応力で、次式で表される。

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}}, \quad \mathbf{S} = \mathbf{T}' + p' \mathbf{I} \quad (\text{A6.8})$$

ここに、「 \cdot 」は内積を表す。式 (A6.7) の $\tilde{\lambda}$ は圧縮指数で、

$$D = \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1 + e_0)} \quad (\text{A6.9})$$

は、いわゆる「ダイラタンシー係数」であり、 M は限界状態定数である^{18), 19)}。

式 (A6.3) の $\int_0^t J \text{tr } \mathbf{D}^e d\tau$ は途中の応力経路には依存しなかったもので、式 (A6.7) から式 (A6.3) を引き算すると、式 (A6.2) の右辺第 2 項も応力経路に依存しない次の形で決定される。

$$\begin{aligned} F &= f(q, p', p'_0) + \int_0^t J \text{tr } \mathbf{D}^p d\tau \\ &= MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D \frac{q}{p'} + \int_0^t J \text{tr } \mathbf{D}^p d\tau = 0 \end{aligned} \quad (\text{A6.10})$$

ここに、塑性論に従えば式 (A6.10) の F が降伏関数であり、 f が降伏関数 F を p', q 応力空間で表した降伏曲面、 $\int_0^t J \text{tr } \mathbf{D}^p d\tau$ が硬化・軟化の塑性履歴を表すパラメータと解釈で

きる。また、 p'_0 は塑性体積変化を測定する初期時刻 ($t = 0$) における、降伏曲面と p' 軸との交点である。なお、 J は弾性・塑性の両成分を持つので、 $\int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau$ は塑性体積ひずみの近似にすぎないことには注意しておく。

次に弾塑性諸法則を適用していく。

塑性ストレッチングには関連流れ則を用いる。

$$\mathbf{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (\lambda > 0) \quad (\text{A6.11})$$

また、負荷状態 (すなわち弾塑性状態) にあるときは、常に有効応力が降伏関数 F 上にある条件 (Prager の適応条件) として式 (A6.10) を物質時間微分して

$$\dot{F} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' + J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p = 0 \quad (\text{A6.12})$$

を得る。この式に式 (A6.11) を代入し、客観性を有する有効応力速度 $\overset{\circ}{\mathbf{T}}'$ を用いると、以下の式が得られる。

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{-J \operatorname{tr} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \overset{\circ}{\mathbf{T}}'}{-J \operatorname{tr} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}} \quad (\text{A6.13})$$

なお、本論文では、 $\overset{\circ}{\mathbf{T}}'$ に Green-Naghdi の有効応力速度を用いている (付録 A1、式 (A1.39) を参照)。適応条件式は塑性体積変化に流れ則をあてはめることから明らかのように、式 (A6.13) の分母は塑性体積変化率に比例する。

さて、応力変化には必ず弾性変形が応答するから、これを用いて式 (A6.13) の塑性乗数はストレッチング D を用いて、同じものだが、以下のように書き換えられる。

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} D}{-J \operatorname{tr} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}} \quad (\text{A6.14})$$

これを用いてカムクレイの弾塑性構成式は

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} D - \Lambda \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (\text{A6.15})$$

のように得られるが、ここで式 (A6.14) を挙げた理由は、関数 f が式 (A6.10) で与えられる時 (つまりカムクレイのとき) 式 (A6.14) の分母が必ず正になることである (正にするパラメータをカムクレイパラメータと呼ぶといった方が正確。この正值性については上負荷面カムクレイモデルでも説明する)。これもすぐあとの議論のために覚えておく。

(2) 負荷基準

負荷基準

$$\left. \begin{array}{l} \Lambda > 0 \quad \dots \quad \text{負荷状態} (D^p \neq 0) \\ \Lambda < 0 \quad \dots \quad \text{非負荷状態 (弾性状態)} (D^p = 0) \end{array} \right\} \quad (\text{A6.16})$$

は式 (A6.14) の分母の正值性から

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{ED} > 0 \quad \dots \quad \text{負荷状態} (D^p \neq 0) \\ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{ED} < 0 \quad \dots \quad \text{非負荷状態 (弾性状態)} (D^p = 0) \end{array} \right\} \quad (\text{A6.17})$$

のような分りやすい物理的意味を持つ。この物理的解釈は、土骨格のストレッチング D を弾性構成式で説明する仮想的な応力 \mathbf{ED} の方向が、降伏曲面 f の外向き方向 $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'}$ と 90 度以内にあるときを、負荷状態にあるとすることができる。これは、橋口^{25), 26)} や Zienkiewicz and Taylor³²⁾ によって提案されたものと一致する。

(3) 負荷状態にある繰り返し正規圧密粘土の 3 態

負荷状態を式 (A6.14) の塑性乗数 λ を使って調べる。関数 f が式 (A6.10) で与えられる時 (つまりカムクレイのとき)、 λ のとくに分母が

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}'}}{-J \frac{D}{p'^2} (q - Mp')} \quad (\text{A6.18})$$

のように書き改められることに注意する。分母をゼロにする応力状態

$$q = Mp' \quad (\text{A6.19})$$

が限界状態である。ところが、そのような状態 (限界状態線上) であっても、式 (A6.14) の分母が正であるために計算は続行できる。

さて負荷状態、式 (A6.18) の λ が正であるためには、つぎの 3 通りがありうる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}'} > 0 \quad \dots \quad q < Mp' \text{ の時 : 限界状態線の下側で硬化} \\ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}'} = 0 \quad \dots \quad q = Mp' \text{ の時、完全塑性 (後述)} \\ \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}'} < 0 \quad \dots \quad q > Mp' \text{ の時 : 限界状態線の上側で軟化} \end{array} \right\} \quad (\text{A6.20})$$

以上3通りのうち、限界状態での挙動はあとで述べるとして、本論文で重要な硬化と軟化をさきに説明する。

λ の分母が塑性的な体積変化率に比例すると式(A6.14)のすぐあとで述べた。このため限界状態線の下側で起こる硬化には必ず(塑性)体積圧縮がともない、限界状態線(C.S.L.; $q = Mp'$)より上側で起こる軟化には(塑性)体積膨張がともなう。図A6-1のように硬化時に p' が増加し軟化時に p' が減少するような時は弾性体積変化も符号が一致するから、両者合せて、硬化には排水圧縮が伴い、軟化には吸水膨張がともなうことになる。

さてところが、土エレメントが吸水するか、排水するかは、その土エレメント一人が決めるのではなく、その土を取り巻くまわりの土の水頭場の勾配に依存して決まる。つまり硬化するにせよ、軟化するにせよ、その程度も含め「非局所的」性質を持つ。透水係数が正であることも重要で、土エレメントのつぎのステップはその土エレメントの硬さが正のときはかならず水頭場を平均化するように、負の時は逆に局所化が(透水係数の大きさに応じて)徐々に発展するように進む。

限界状態に至った土がさらに負荷状態にある時は、つぎの2通り

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot \dot{T}' = 0 \quad \text{だから} \quad \dot{T}' = 0 \quad \text{または} \quad \frac{\partial f}{\partial T'} \perp \dot{T}' \quad (\perp \text{は直交の意}) \quad (\text{A6.21})$$

が可能である。つまり、応力変化がなく、塑性ひずみの大きさ(方向は決まっている)が不定なまま限界状態にとどまる場合と、中立負荷を経て、硬化ないし軟化へと、限界状態を離脱する場合とである。後者の様子は図A6-1に示した。前者は、さらに全域限界状態の仮定を導入して、非自明な速度解を求める、いわゆる「(不静定の)極限釣り合い解析」の研究で議論が盛んなのはすでに広く知られている通りである³³⁾。

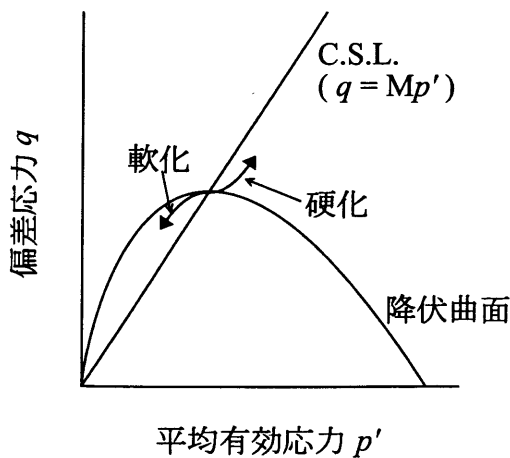


図 A6-1: 限界状態線上での硬化・軟化

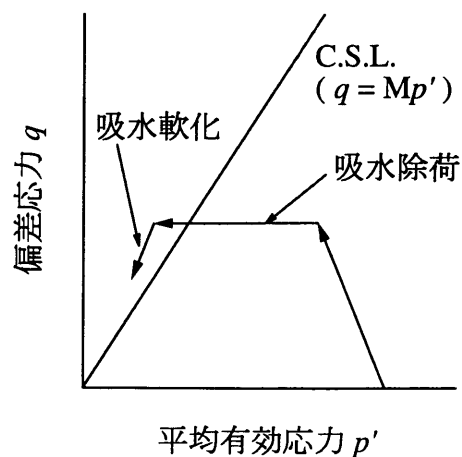


図 A6-2: 吸水軟化と吸水除荷

また、次の点も重要で、図 A6-2 は式 (A6.20) で示した 3 通りを一枚の絵に示したものに過ぎず、この図は何も、限界状態線の下にある硬化中の土が、限界状態線の上側に移って軟化するために必ず限界状態を一度経験しなければならないなどと言っているのではない。せん断して周りから水を送り込めば土は容易に軟化する。それを図 A6-2 に示した。

さて、以上はオリジナルカムクレイモデルの説明であった。繰り返しになるが、このモデルでは限界状態線より下で起こる硬化には必ず塑性圧縮を伴い、限界状態線より上で起こる軟化には必ず塑性膨張を伴い、硬化と塑性圧縮、軟化と塑性膨張は対になっている特徴がある。

オリジナルカムクレイモデルは繰り返した正規圧密粘土の挙動を表すモデルとして知られているが、超過圧密粘土の挙動を表現できるとはいえない。なぜなら、例えば排水せん断を行った場合、限界状態線を越えても硬化する、つまり「限界状態線より上での塑性膨張を伴った硬化」といった過圧密粘土特有の挙動をオリジナルカムクレイでは表現できないからである。しかし、橋口による下負荷面の概念を用いると限界状態線を越えてもなお硬化できるようになり、有限変形計算とうまく適合して超過圧密粘土の挙動を表現できるようになっている。本来はオリジナルカムクレイモデルに下負荷面を入れた定式化を行ってから上負荷面の説明を行うのがよいが、繰り返された過圧密粘土の挙動は構造を持たない粘土と位置づけられることから本論文では上負荷面カムクレイモデルの定式化を行うことにする。後にオリジナルカムクレイ、下負荷面カムクレイおよび上負荷面カムクレイの相違をまとめる。

A6.3 上負荷面カムクレイモデル

ここでは、「構造」のある土の記述に先に述べたカムクレイ降伏曲面と形が相似形 (相似中心は $q = 0$ 、 $p' = 0$) の「上負荷面」を定義し、またその状態にあった土が弾性除荷されている「過圧密土」に対しては上負荷面に対して「下負荷面」を導入して、再負荷時の弾塑性挙動を表す^{28), 29), 6)}。オリジナルカムクレイモデルに発展則を設けているので前節で示した式がまたいくつか出てくるが、再掲することにする。

(1) カムクレイ降伏関数と相似則

上負荷面、カムクレイ (正規) 降伏面、下負荷面の関係を図 A6-3 に示す。(ただし、正規降伏面と下負荷面との関係は特に定められていないので、下負荷面が正規降伏面の上に来ることもあり得る。) 土は一般に過圧密なので現応力状態は下負荷面上にあることを考慮して、3つの負荷面を表す応力を次のように定める。

これを式 (A6.22) に代入すると、

$$\bar{F} = MD \ln \frac{\bar{p}'}{p_0^*} + D \frac{\bar{q}}{\bar{p}'} + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln R^* = 0 \quad (\text{A6.25})$$

$$\bar{F} = f(\bar{p}', \bar{q}) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln R^* = 0 \quad (\text{A6.25}')$$

\bar{F} : 上負荷面カムクレイ降伏関数

が得られる。ここで、パラメータ p_0^* は共通なので式 (A6.25') は式 (A6.22') と同じ f を用いている。

さらに図 A6-3 を参照し、下負荷面上の応力点 (p', q) は R (上負荷面と下負荷面の相似率) を用いると次式のように表せる。

$$R = \frac{p'}{\bar{p}'} = \frac{q}{\bar{q}} = \frac{p_0'}{\bar{p}_0'} \quad (0 < R \leq 1) \quad (\text{A6.26})$$

より、

$$\left. \begin{aligned} p' &= R \bar{p}' \\ q &= R \bar{q} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A6.27})$$

これを式 (A6.25) に代入すると、今度は R の符号が変わり、

$$F = MD \ln \frac{p'}{p_0^*} + D \frac{q}{p'} + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln R^* - MD \ln R = 0 \quad (\text{A6.28})$$

$$F = f(p', q) + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + MD \ln R^* - MD \ln R = 0 \quad (\text{A6.28}')$$

となる。ここでもパラメータ p_0^* が共通なので、式 (A6.22') と同じ f を用いた。この F が上・下負荷面カムクレイの降伏関数である。

また、ストレッチング \mathbf{D} を式 (A6.1) で示したように弾性成分 \mathbf{D}^e と塑性成分 \mathbf{D}^p に分解する。

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (\text{A6.29})$$

応力変化は必ず弾性応答を伴うので、式 (A6.5) と同様に次式で与える。

$$\dot{\mathbf{T}}' = \mathbf{E} \mathbf{D}^e \quad (\text{A6.30})$$

式 (A6.29) 同様、体積変化の分解は次式の近似で与える。

$$\int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D} d\tau = \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^e d\tau + \int_0^t J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau \quad (\text{A6.31})$$

下負荷面上に現応力をとるのが一般的で、負荷状態にあるときは常に有効応力が降伏関数 F 上にある条件 (Prager の適応条件) は式 (A6.28') の物質時間微分をとることで次式を得る。

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' + J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p + \text{MD} \frac{\dot{R}^*}{R^*} - \text{MD} \frac{\dot{R}}{R} = 0 \quad (\text{A6.32})$$

また、塑性ストレッチング \mathbf{D}^p には関連流れ則

$$\mathbf{D}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \quad (\lambda > 0) \quad (\text{A6.33})$$

を適用する。

(2) 発展則と塑性乗数

(a) R^* と R の発展則、その 1 … 原理

1) 塑性変形の進展速度について

塑性変形の進展速度は、橋口の示したように一般には $\|\mathbf{D}^p\|$ の大きさではかるのがよい。しかし、カムクレイ型の降伏関数では、 $\|\mathbf{D}^p\|$ はいつも $\|\mathbf{D}_s^p\|$ を伴い、しかもこれによって後に示す式 (A6.47) のように著しく簡略化 (右辺を M でくくることができる) されるという理由から、 $\|\mathbf{D}_s^p\|$ が塑性変形の進展速度に寄与すると仮定する。図 A6-4 に \mathbf{D}^p と \mathbf{D}_s^p の関係などを示す。なお、 $\|\ \|$ は大きさを表す。ここに、

$$\mathbf{D}_s^p = \mathbf{D}^p - \frac{1}{3} \operatorname{tr} \mathbf{D}^p \mathbf{I} = \lambda \frac{3S}{2q} \frac{\partial f}{\partial q} \quad (\text{A6.34})$$

である。

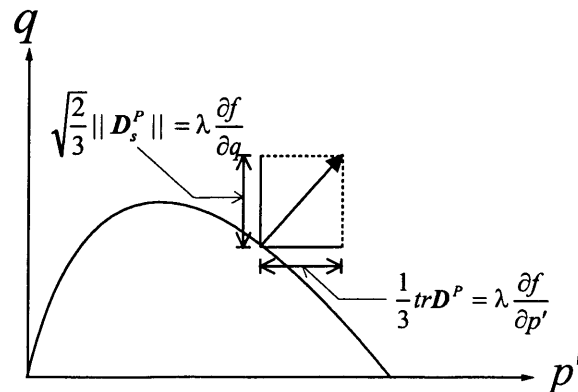


図 A6-4: \mathbf{D}^p の分解成分

2) R^* について

R^* については以下の条件を満たすものとする。

$$\left. \begin{array}{ll} D^p \neq 0 (D_s^p \neq 0) & \text{のとき } \dot{R}^* > 0 \\ \dot{R}^* > 0 & \text{のとき } D_s^p \neq 0 \end{array} \right\} \quad (\text{A6.35})$$

これは塑性変形がある時のみ構造の破壊が進むということで、つまり、 R^* は負荷時間の増加関数となり、さらに

$$R^* = 0 \quad \text{のとき} \quad \dot{R}^* = 0 \quad (\text{A6.36})$$

$$R^* = 1 \quad \text{のとき} \quad \dot{R}^* = 0 \quad (\text{A6.37})$$

とする。式 (A6.37) は完全に練り返された状態になればカムクレイになって、カムクレイが上負荷面より上にくることがないことを記述している。式 (A6.36) はカムクレイ降伏面と上負荷面が無限に離れている、あるいはカムクレイ降伏面が $q \sim p'$ の原点に限りなく近いことを示す。このような土は「コロイド」と呼ばれてよい。式 (A6.36) は、液体は液体のままであることを示す。この時、式 (A6.34) を考慮して、 R^* の発展則を

$$\dot{R}^* = J U_s^* \sqrt{\frac{2}{3}} \| D_s^p \| \quad (\text{A6.38})$$

と書く。ここに U_s^* は $R^*=0$ 、 $R^*=1$ でゼロ、 $0 < R^* < 1$ で正である。 U_s^* と R^* の関係の関数の形は図 A6-5 に示す。なお、式 (A6.38) に J をつけたのも ($J > 0$ で大勢に影響なく) 式 (A6.47) を得るためである。

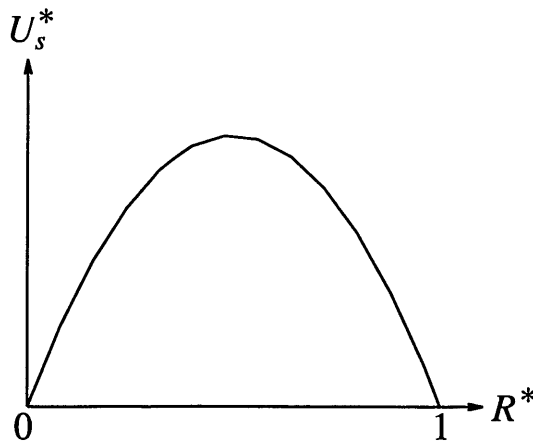


図 A6-5: U_s^* の関数の形状

3) R について

R についても R^* と同様に以下の条件を満たすものとする。

$$\left. \begin{array}{l} D_s^p \neq 0 \text{ のとき } \dot{R} > 0 \\ \dot{R} > 0 \text{ のとき } D_s^p \neq 0 \end{array} \right\} \quad (\text{A6.39})$$

ここで R^* にならって

$$R = 0 \text{ のとき } \frac{\dot{R}}{\|D_s^p\|} = \infty \quad (\text{A6.40})$$

$$R = 1 \text{ のとき } \dot{R} = 0 \quad (\text{A6.41})$$

とする。式 (A6.40) は図 A6-6 に示すように $\|D_s^p\| = 0$ を意味している。つまり上負荷面と下負荷面が大きく離れれば離れるほど塑性変形でなく、ほとんど弾性変形が支配することとなる。また、式 (A6.41) は $R = 1$ (正規圧密状態) で R がもう増えないようにする条件となる。式 (A6.40)、(A6.41) は橋口による説明の通りで、従って、

$$\dot{R} = JU_s \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| \quad (\text{A6.42})$$

と書けば、 U_s の関数の形は図 A6-7 に示され、 $0 < R < 1$ で U_s は正で、 $R = 1$ で $U_s = 0$ となる。なお、式 (A6.42) に J をつけたのも式 (A6.47) を得るためである。また、

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\| = \lambda \frac{\partial f}{\partial q} = \lambda \frac{D}{p'} \quad (\text{A6.43})$$

である。

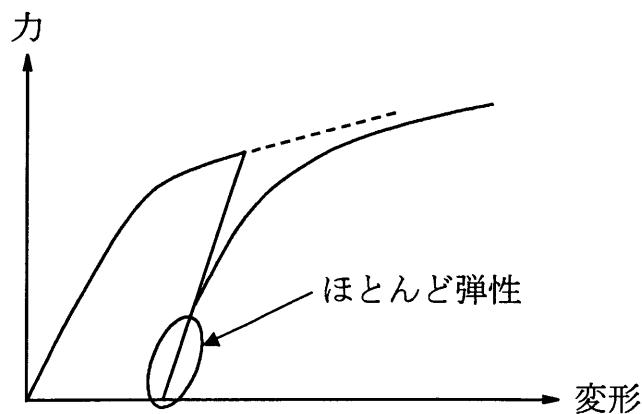


図 A6-6: 力～変形関係 (弾性域)

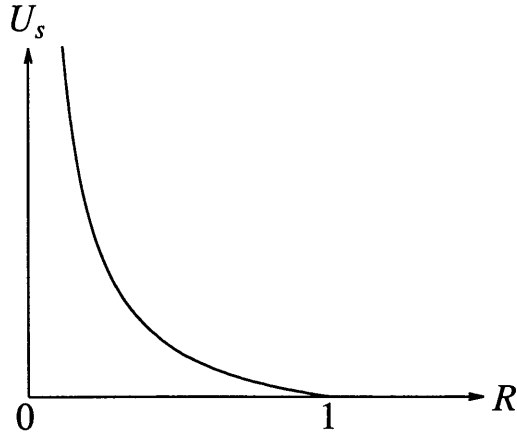


図 A6-7: U_s の関数の形状

(b) 塑性乗数 λ

下負荷面上に現応力があるとしてそのときの負荷挙動を考える。適応条件式の式 (A6.32) に、流れ則の式 (A6.33) と、発展則の式 (A6.38)、式 (A6.42) を代入すれば、

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}' + \lambda J \operatorname{tr} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} + \lambda J \frac{MD}{R^*} U_s^* \frac{\partial f}{\partial q} - \lambda J \frac{MD}{R} U_s \frac{\partial f}{\partial q} = 0 \quad (\text{A6.44})$$

となる。ここで

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = \frac{D}{p'^2} (Mp' - q) \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{D}{p'} \quad (\text{A6.45})$$

を上式 (A6.44) に入れて、 λ について解くと

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{J \left\{ \frac{\partial f}{\partial p'} - \frac{MD}{R^*} U_s^* \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{MD}{R} U_s \frac{\partial f}{\partial q} \right\}} \\ &= \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{J \frac{D}{p'^2} \left\{ M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} + \frac{DU_s}{R} \right) p' - q \right\}} \\ &= \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{J \frac{D}{p'^2} \{ M_s p' - q \}} \end{aligned} \quad (\text{A6.46})$$

となる。ここに

$$M_s = M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} + \frac{DU_s}{R} \right) \quad (\text{A6.47})$$

である。

式 (A6.46) は、 M を M_s にかえるだけで、式 (A6.18) を見れば形式上はオリジナルカムクレイと同じである。今までの、オリジナルカムクレイでは、 M は材料定数なので式 (A6.47) の $\frac{DU_s^*}{R^*}$ 、 $\frac{DU_s}{R}$ が無い場合に相当する。構造をもちさらに過圧密である土が塑性変形を受けると、式 (A6.47) から分かるように、その塑性変形に従って M_s が変化する。この変動については後に具体的に示す。

また、 $M_s \geq 0$ とする制約を U_s^* に課すことは式 (3.2.51) で述べるが、これにより

$$\text{負荷 つまり } \lambda > 0$$

のときは、

$$\left. \begin{array}{l} q > M_s p' \quad \text{のとき} \quad \text{軟化} \\ q < M_s p' \quad \text{のとき} \quad \text{硬化} \\ q = M_s p' \quad \text{のとき} \quad \text{中立負荷ないし完全塑性} \end{array} \right\} \quad (\text{A6.48})$$

となる。しかし、塑性体積変化は図 A6-8 を参照して、降伏面の形から次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} q > M p' \quad \text{のとき} \quad \text{塑性膨張} \\ q < M p' \quad \text{のとき} \quad \text{塑性圧縮} \end{array} \right\} \quad (\text{A6.49})$$

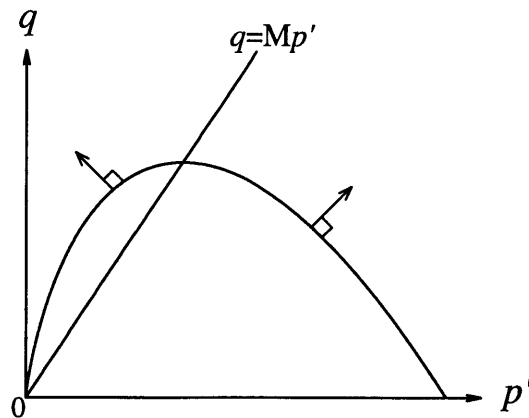


図 A6-8: 降伏面の直交成分

次に、塑性乗数 λ をストレッチングタームで書き直す。式 (A6.46)、

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \dot{\mathbf{T}}'}{J \frac{D}{p'^2} (M_s p' - q)} \quad (\text{A6.50})$$

の分子に、式 (A6.30) の $\overset{\circ}{T}' = ED^e$ を代入して λ について解き直し、それを Λ と書くと

$$\Lambda (= \lambda) = \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + J \frac{D}{p'^2} (M_s p' - q)} (> 0) \quad (\text{A6.51})$$

となる。オリジナルカムクレイにならって、この分母をいかなる応力状態においても正にする弾塑性パラメータを上負荷面カムクレイのパラメータと呼ぶ。このとき応力状態が

- 1) 上負荷面、 2) カムクレイ降伏面、 3) 下負荷面

のどこにあるかが

$$\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED > 0 \quad (\text{A6.52})$$

が負荷基準 $\Lambda (= \lambda) > 0$ の物理的意味を表すことになる。 Λ の分母の正值性については付録 A8 に示す。

(c) R^* の発展則、その 2 … U_s^* の具体形

次に、 $M_s > 0$ のための U_s^* に課せられる制約を考察する。式 (A6.47)、

$$M_s = M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} + \frac{DU_s}{R} \right)$$

の第 3 項は非負 (D:ダイラタンシー係数、 U_s^* :図 A6-5 参照) だから第 2 項について考える。つまり、 $M_s > 0$ になるためには、 $1 - \frac{DU_s^*}{R^*} > 0$ が必要条件で、また、 $R^* \rightarrow 0$ の時、硬化の状態がなくなるという条件から

$$\left. \begin{array}{l} 0 < R^* \leq 1 \quad \text{で} \quad \frac{DU_s^*}{R^*} < 1 \\ \lim_{R^* \rightarrow 0} \frac{DU_s^*}{R^*} = 1 \end{array} \right\} \quad (\text{A6.53})$$

ならば

$$0 < R^* \leq 1 \quad \text{で} \quad M_s > 0 \quad (\text{A6.54})$$

となることが分かる。具体的な関数を与えると、例えば

$$U_s^* = \frac{1}{D} R^* (1 - R^{*m^*}) \quad , \quad 0 < R^* \leq 1 \quad (\text{A6.55})$$

(D はダイラタンシー係数、 m^* はパラメータ:構造劣化指数)

があてはまる。 $\dot{R}^* = JU_s^* \sqrt{\frac{2}{3}} \|D_s^p\|$ だから $R^* = 0$ で $\dot{R}^* = 0$ となる。

今、 $R=1$ (下負荷面=上負荷面、つまり正規圧密土) で $R^*=0$ の場合を考える。 $R=1$ だから $U_s=0$ なので式 (A6.47) から $M_s = 0$ となる。 $R=1$ 、 $R^*=0$ というのはいわゆる「コロイド状態」だが、コロイドの M_s 、つまり内部摩擦角 ϕ' はゼロで、 q がかかると直ちに軟化する。

(d) R の発展則、その 3 … U_s の具体形

図 A6-7 に U_s の形を示したが、 U_s については橋口により

$$\begin{aligned} U_s &= -\nu_2 \ln R \\ U_s &= -\mu_1 \left(1 - \frac{1}{R^{\mu_2}}\right) \end{aligned} \quad (\text{A6.56})$$

などが提案されている (ν_2 、 μ_1 、 μ_2 などはパラメータ)。しかし $\|D_s^p\|$ を塑性変形の進展尺度にとっている今回の上負荷面カムクレイモデルでは、 R^* (上負荷面～カムクレイ降伏面の相似率) と同じく、いつも $\frac{DU_s}{R}$ の形で表れる。

そこで、

$$\begin{aligned} U_s &= -\frac{m}{D} \ln R \\ U_s &= -\frac{1}{D} \left(1 - \frac{1}{R^m}\right) \end{aligned} \quad (\text{A6.57})$$

という形にする。 m は正規圧密土化指数。

結局カムクレイに比べ、パラメータは U_s 、 U_s^* に含まれる m 、 m^* がひとつずつ増えるだけですませることにする。

(e) M_s の変動

式 (A6.47) に式 (A6.55) ならびに式 (A6.57) の第 1 式を代入すると、次式を得る。

$$M_s = M \left\{ 1 - (1 - R^{*m^*}) - \frac{m}{R} \ln R \right\} = M \left(R^{*m^*} - \frac{m}{R} \ln R \right) \quad (\text{A6.58})$$

右辺第 1 項 R^{*m^*} は、構造があると表れ、第 2 項 $-\frac{m}{R} \ln R$ は、過圧密状態にあると表れる項である。その特徴は、構造が喪失される ($R^* \rightarrow 1$) につれて R^{*m^*} の値は増加し、過圧密状態が正規圧密状態になる ($R \rightarrow 1$) につれて $-\frac{m}{R} \ln R$ の値は減少する。つまり、構造が喪失すると M_s の値は上がり、過圧密粘土が正規圧密粘土に近づくと M_s の値は下がる。

構造を持って、しかも過圧密な粘土が正規圧密土に近づくと図 A6-9 のように M_s は減少し、構造が破壊されるにつれて図 A6-10 のように M_s は増大し、構造も完全に喪失し、また過圧密状態も正規圧密状態になるとカムクレイ $M_s \rightarrow M$ となる。この M_s の変化がさまざまな現象を生み出す。

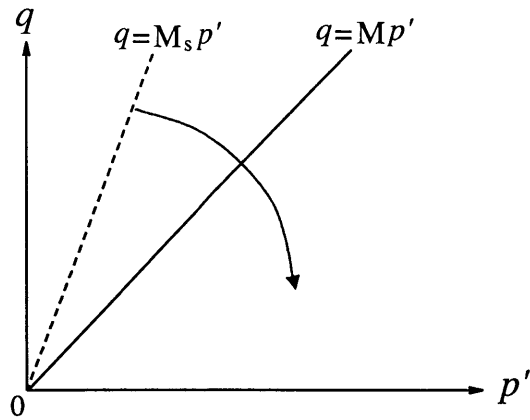


図 A6-9: M_s の動き (過圧密から正規圧密へ)

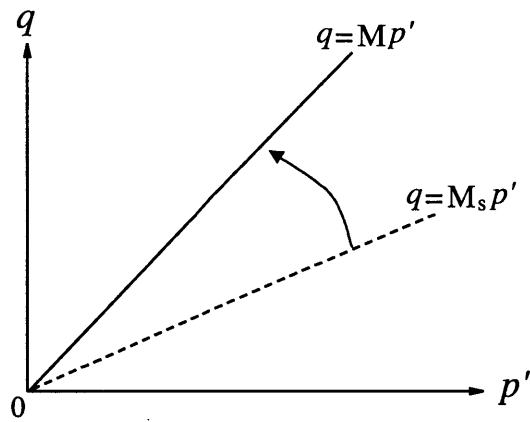


図 A6-10: M_s の動き (高位な構造から低位な構造へ)

(f) 上負荷面カムクレイモデルの構成式

上負荷面カムクレイモデルの構成則を示す。式 (A6.30) を再掲する。

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{T}' &= \mathbf{E}D^e = \mathbf{E}(D - D^p) \\ &= \mathbf{E}D - \Lambda \mathbf{E} \frac{\partial f}{\partial T'} \end{aligned}$$

ここに Λ は式 (A6.51) で、過圧密状態 (下負荷面上に応力がある) も含め一般的なものである。

今、土骨格が等方材料と仮定すると、式 (A6.5) より、 $\overset{\circ}{T}'$ と D^e の関係式は

$$\overset{\circ}{T}' = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3} \tilde{G} \right) (\text{tr } D^e) \mathbf{I} + 2\tilde{G}D^e \quad (\text{A6.59})$$

となる。したがって、構成式は具体的に次式で表されることになる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = (\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G})(\text{tr } \mathbf{D})\mathbf{I} + 2\tilde{G}\mathbf{D} - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}\tilde{G}}{q}\mathbf{S} - \tilde{K}\bar{\beta}\mathbf{I}\right) \left\{ \frac{\sqrt{3}\tilde{G}}{q}\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\bar{\beta}(\text{tr } \mathbf{D}) \right\}}{\tilde{G} + \tilde{K}\bar{\beta}^2 + h} \quad (\text{A6.60})$$

ここに、

$$\tilde{K} = \frac{1+e}{\tilde{\kappa}}p', \quad \tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}\tilde{K}, \quad \bar{\beta} = \frac{\beta}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(M - \frac{q}{p'}\right), \quad h = \frac{Jp'}{3D} \left(M_s - \frac{q}{p'}\right) \text{ である。}$$

(3) 上負荷面とカムクレイ降伏面の拡大縮小関係

ここで、式 (A6.47) を再掲する。

$$M_s = M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} + \frac{DU_s}{R} \right)$$

1. 構造をもった土が正規圧密状態にあるとき (下負荷面と上負荷面が一致している場合)、つまり $R = 1$ だから、式 (A6.47) の右辺第3項はゼロで

$$M_s = M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} \right) \quad (\text{A6.61})$$

となり、常に $M_s < M$ で R^* が1に近づくにしたい、 M_s が M に近づく。現在の応力状態が

- $q < M_s p' < M p'$ の時、
上負荷面は拡大し、カムクレイ降伏面は上負荷面を追いかける。
- $M_s p' < q < M p'$ の時、
上負荷面は軟化し縮小するが、カムクレイ降伏面は拡大し、お互い近づきあう。
- $M p' < M_s p' < q$ の時、
上負荷面が縮小してカムクレイ降伏面の縮小を追いかける。

2. 練り返された土で過圧密状態にあるとき (上負荷面とカムクレイ降伏面が一致している場合)、つまり $R^* = 1$ だから、式 (A6.47) の右辺第2項はゼロで

$$M_s = M \left(1 + \frac{DU_s}{R} \right) \quad (\text{A6.62})$$

となり、常に $M_s > M$ の関係が成り立つ。現在の応力状態が

- $M_s p' > q > M p'$ の時、
上負荷面とカムクレイ降伏面は同時に縮小するが、下負荷面は拡大する。

以上の関係を図 A6-11 に示す。

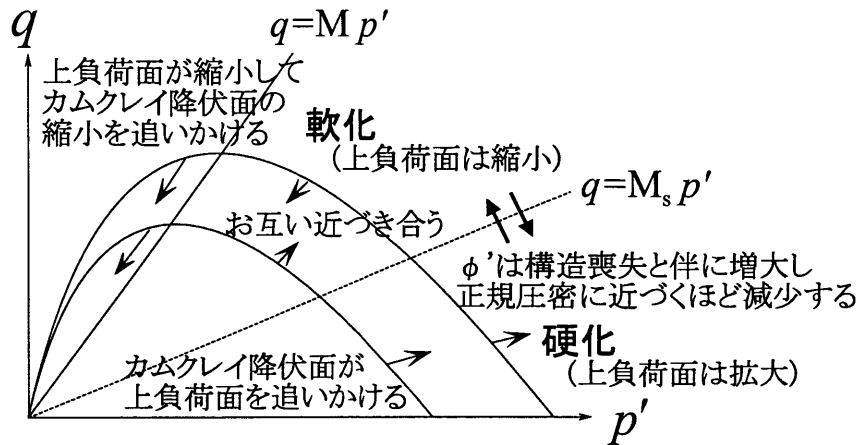


図 A6-11: 上負荷面とカムクレイ降伏面の拡大・縮小関係

実際の土は構造を持って過圧密になっている場合が多く、その場合は上負荷面、カムクレイ、下負荷面と3つの降伏面がそれぞれ動くことになる。これは、過圧密が正規圧密になる時は下負荷面が上負荷面に一致し、また、構造が喪失していくと上負荷面がカムクレイに一致するという挙動が複雑に作用することになる。

(4) 硬化・軟化と塑性圧縮・塑性膨張の関係

従来まで用いていた①オリジナルカムクレイモデル、橋口による下負荷面概念を適用した②下負荷面カムクレイモデル(練り返し過圧密粘土を記述できるモデル)、および本論文で用いた③上負荷面カムクレイモデルについて、硬化・軟化および塑性圧縮・塑性膨張の関係について整理しておく。

① オリジナルカムクレイモデル

オリジナルカムクレイモデルについてはA6.2節で説明したように限界状態線の下側での硬化は必ず塑性圧縮を伴い、また限界状態線より上での軟化は塑性膨張を伴う。

② 下負荷面カムクレイモデル

下負荷面カムクレイモデルはオリジナルカムクレイモデルより自由度が増す。硬化・軟化は式(A6.48)によりMではなく M_s によって区別される。

まず、(i) $q > M_s p'$ である軟化を考える。(3)でも示したが $M_s > M$ の関係があるので $q > M_s p' > M p'$ が成り立つ。塑性圧縮か塑性膨張かは式(A6.49)よりMによって区別されるので、軟化には必ず塑性膨張が伴う。

一方、(ii) $q < M_s p'$ である硬化を考える。 $q < M p' < M_s p'$ で起こる硬化には塑性圧縮

を伴うが、 $Mp' < q < M_s p'$ で起こる軟化は塑性膨張を伴う。これによって過圧密粘土の挙動 (限界状態線を越えて硬化しつつ膨張する) を表すことが可能となる。

③ 上負荷面カムクレイモデル

上負荷面カムクレイモデルにおいて、 M_s と M の関係は式 (A6.47) の

$$M_s = M \left(1 - \frac{DU_s^*}{R^*} + \frac{DU_s}{R} \right)$$

であり、塑性変形にしたがって M_s は変動する。特に、 $q > M_s p'$ である軟化に注目すると、(i) $q > Mp' > M_s p'$ では塑性膨張を伴った軟化を示すが、(ii) $Mp' > q > M_s p'$ では塑性圧縮を伴った軟化を表すことができる (図 A6-12 参照)。これは構造を持った土の大きな特徴である。

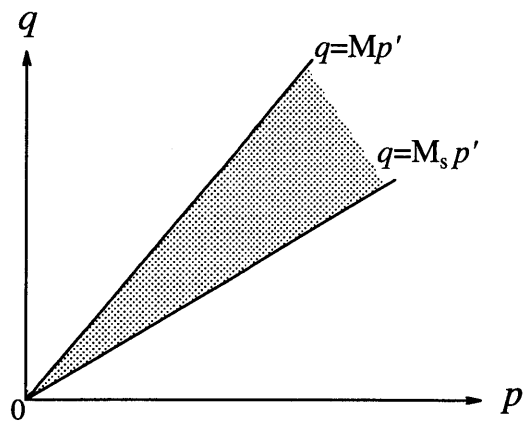


図 A6-12: 軸差応力～平均有効応力空間

以上をまとめると表 A6.2、図 A6-13 のようになる。オリジナルカムクレイモデルに比べて下負荷面を設けると塑性膨張を伴った硬化を表現できるようになり、さらに上負荷面を設けると塑性圧縮を伴った軟化を表現できるようになる。上負荷面カムクレイモデルはこの性質があるために、第3章で示したゆるい砂の締固め挙動のシミュレータを可能にした。

表 A6.2: オリジナル・下負荷面・上負荷面の硬化・軟化と塑性圧縮・塑性膨張の関係

		$q < M_s p'$ のとき硬化 $q < M_p p'$ のとき塑性圧縮	$q > M_s p'$ のとき軟化 $q > M_p p'$ のとき塑性膨張
	M_s と M の関係	硬化と軟化・塑性圧縮と塑性膨張	
オカリム ジク ナレ ルイ	$M_s = M$	$q < M_p p'$: 硬化・塑性圧縮 $q > M_p p'$: 軟化・塑性膨張	
下 負 荷 面	$M_s > M$	$q < M_p p' < M_s p'$: 硬化・塑性圧縮 <u>$M_p p' < q < M_s p'$: 硬化・塑性膨張</u> $q > M_s p' > M_p p'$: 軟化・塑性膨張	
上 負 荷 面	$M_s < M$	$q < M_p p' < M_s p'$: 硬化・塑性圧縮 $M_p p' < q < M_s p'$: 硬化・塑性膨張 $q > M_s p' > M_p p'$: 軟化・塑性膨張 <u>$M_p p' > q > M_s p'$: 軟化・塑性圧縮</u>	

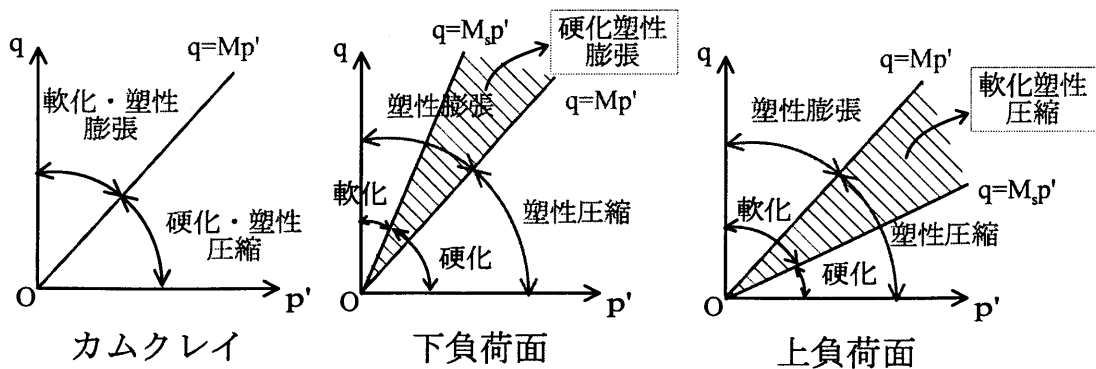


図 A6-13: カムクレイ・下負荷面・上負荷面の硬化・軟化と塑性圧縮・膨張の関係

A7 構成式のマトリクス表現

構成式を $\{\dot{\mathbf{T}}'\} = [D^{ep}]\{\mathbf{D}\}$ で表現するとき、 $[D^{ep}]$ はつぎの手順により求まる。はじめに再度、上負荷面カムクレイの弾塑性構成式を示しておく。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{T}}' &= \left(\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G}\right) (\text{tr } \mathbf{D})\mathbf{I} + 2\tilde{G}\mathbf{D} - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}\tilde{G}}{q}\mathbf{S} - \tilde{K}\tilde{\beta}\mathbf{I}\right) \left\{\frac{\sqrt{3}\tilde{G}}{q}\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\tilde{\beta}(\text{tr } \mathbf{D})\right\}}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} \\ &= \left(\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G}\right) (\text{tr } \mathbf{D})\mathbf{I} + 2\tilde{G}\mathbf{D} - \frac{\left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}}\mathbf{S} - \tilde{K}\tilde{\beta}\mathbf{I}\right) \left\{\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}}\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K}\tilde{\beta}(\text{tr } \mathbf{D})\right\}}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} \quad (\text{A7.1})\end{aligned}$$

ここに、

$$\tilde{K} = \frac{1+e}{\tilde{\kappa}} p' \left(= \frac{J(1+e_0)}{\tilde{\kappa}} p' \right)$$

$$\tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tilde{K}$$

$$\tilde{\tau} = \sqrt{\frac{1}{2}\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}} = \frac{q}{\sqrt{3}}$$

$$\tilde{\beta} = \frac{\beta}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(M - \eta) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(M - \frac{q}{p'}\right), \quad \eta = \frac{q}{p'}$$

$$h = \frac{Jp'}{3D} \left(M_s - \frac{q}{p'}\right) = \frac{Jp'}{\sqrt{3}D} \left\{\tilde{\beta} + \frac{MD}{\sqrt{3}} \left(\frac{U}{R} - \frac{U^*}{R^*}\right)\right\}$$

である。

ここで、 $a = \tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G}$ 、 $b = 2\tilde{G}$ 、 $c = \frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}}$ 、 $d = \tilde{K}\tilde{\beta}$ 、 $e = \tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h$ とおけば、上式は次式になる。

$$\dot{\mathbf{T}}' = a(\text{tr } \mathbf{D})\mathbf{I} + b\mathbf{D} - \frac{(c\mathbf{S} - d\mathbf{I})(c\mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - d \text{tr } \mathbf{D})}{e} \quad (\text{A7.2})$$

したがって、 $[D^{ep}]$ は次の形で表現される。

(1) 平面ひずみ問題の場合 ($D_{i3} = 0, i = 1, 2, 3$)

$$[D^{ep}] = [D_1^{ep}] - [D_2^{ep}] \quad (\text{A7.3})$$

$$[D_1^{ep}] = \begin{bmatrix} a+b & a & 0 \\ a & a+b & 0 \\ 0 & 0 & b/2 \end{bmatrix} \quad (\text{A7.4})$$

$$[D_2^{ep}] = \frac{1}{e} \begin{bmatrix} (cS_{11} - d)^2 & (cS_{11} - d)(cS_{22} - d) & cS_{12}(cS_{11} - d) \\ & (cS_{22} - d)^2 & cS_{12}(cS_{22} - d) \\ sym. & & (cS_{12})^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A7.5})$$

(2) 軸対称問題の場合 ($D_{13} = D_{23} = 0$)

$$[D^{ep}] = [D_1^{ep}] - [D_2^{ep}] \quad (\text{A7.6})$$

$$[D_1^{ep}] = \begin{bmatrix} a+b & a & 0 & a \\ a & a+b & 0 & a \\ 0 & 0 & b/2 & 0 \\ a & a & 0 & a+b \end{bmatrix} \quad (\text{A7.7})$$

$$[D_2^{ep}] = \frac{1}{e} \begin{bmatrix} (cS_{11} - d)^2 & (cS_{11} - d)(cS_{22} - d) & (cS_{11} - d)(cS_{12}) & (cS_{11} - d)(cS_{33} - d) \\ & (cS_{22} - d)^2 & (cS_{22} - d)(cS_{12}) & (cS_{22} - d)(cS_{33} - d) \\ sym. & & (cS_{12})^2 & (cS_{12})(cS_{33} - d) \\ & & & (cS_{33} - d)^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A7.8})$$

なお、弾性状態では、式(A9.16)により R を計算し、その後は下負荷面に従うこととなる。

A8 塑性乗数 Λ の分母の正值性によるカムクレイパラメータの限定

上・下負荷面カムクレイモデルの弾塑性パラメータである M 、 $\tilde{\lambda}$ 、 $\tilde{\kappa}$ および ν はそれぞれ自由に値をとるわけではなく、本文では塑性乗数 Λ (本文中式(??)) の分母の正值性による限定を受けることを述べた。ここではこの限定条件を具体的に式示す。

$$\begin{aligned}\Lambda(=\lambda) &= \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + J \frac{D}{p'^2} (M_s p' - q)} \\ &= \frac{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot ED}{\frac{\partial f}{\partial T'} \cdot E \frac{\partial f}{\partial T'} + J \frac{\partial f}{\partial p'} + J \frac{MD^2 U_s}{p' R} - J \frac{MD^2 U_s^*}{p' R^*}}\end{aligned}\quad (A8.1)$$

Λ の分母中の $J \frac{MD^2 U_s}{p' R}$ は正でこれ(下負荷面)はいつも Λ の分母正に味方する。そこでこれを取り去って Λ の分母を評価する。

$$\begin{aligned}\Lambda \text{ の分母} - J \frac{MD^2 U_s}{p' R} &= \frac{D^2}{p'^2} \left(\tilde{K} \beta^2 + 3\tilde{G} + \frac{Jp'}{D} \beta - JM p' \frac{U_s^*}{R^*} \right) \\ &= \tilde{K} \frac{D^2}{p'^2} \left\{ \left(\beta + \frac{M\xi}{2(1-\xi)} \right)^2 + H^* \right\}\end{aligned}\quad (A8.2)$$

ここに

$$\begin{aligned}\tilde{K} &= \frac{J(1+e_0)}{\tilde{\kappa}} p', \quad \tilde{G} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \tilde{\kappa} = \tilde{N} \tilde{\kappa}, \\ D &= \frac{\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}}{M(1+e_0)}, \quad \beta = M - \frac{q}{p'}, \quad \xi = \frac{\tilde{\kappa}}{\tilde{\lambda}}, \\ H^* &= 3\tilde{N} - \frac{M^2 \xi^2}{4(1-\xi)^2} - \frac{M \tilde{\kappa}}{1+e_0} \frac{U_s^*}{R^*}\end{aligned}\quad (A8.3)$$

ここで H^* の第2項に式(A6.53)より $\frac{U_s^*}{R^*} < \frac{1}{D}$ の制約を入れることに注意して、例えば、

$$\nu = \frac{1}{3}, \quad \xi = \frac{\tilde{\kappa}}{\tilde{\lambda}} = 0.1, \quad M = 1.5, \quad \tilde{\kappa} = 0.01, \quad 1+e_0 = 2.5$$

とすると

$$H^* = 0.3825 - 0.00695 - 0.025 = 0.35 > 0$$

となりいかなる応力状態についても Λ の分母を正とする事ができる。

$H^* > 0$ の条件を満たすときのみカムクレイモデルと呼ぶことにする。塑性乗数 Λ の分母の正值性のみが、負荷状態における粘土の限界状態近傍の計算を可能にする。

A9 up-dated lagrange 法を用いた計算方法と解析フロー

(1) 解くべき連立一次方程式

力のつり合い式の離散化表現式に含まれる間隙水圧速度 \dot{u} には、次式に示す差分法を用いる。

$$\dot{u} = \frac{u|_{t+\Delta t} - u|_t}{\Delta t} \quad (\text{A9.1})$$

ここに、 Δt は 1 計算ステップの時間間隔、 $u|_t$ および $u|_{t+\Delta t}$ はそれぞれ時刻 $t = t$ および $t = t + \Delta t$ における間隙水圧 u を表している。また、連続式に用いる全水頭 h に対して θ -法を用いて、次式で表す。

$$\begin{aligned} h &= \theta h|_{t+\Delta t} + (1 - \theta) h|_t \\ &= \theta \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \Big|_{t+\Delta t} + (1 - \theta) \left(z + \frac{u}{\gamma_w} \right) \Big|_t \quad (0 \leq \theta \leq 1) \end{aligned} \quad (\text{A9.2})$$

すると、式 (A4.26) と式 (A5.1) を用いて力のつり合い式と水～土骨格連成式を書き改め、各要素に対して得られる力のつり合い式と水～土骨格連成式を全体で重ね合わせるにより、結局のところ、水～土連成初期値境界値問題は、与えられた初期条件、境界条件のもとで

- ① 各節点での変位増分 $\{\Delta \mathbf{u}^N\} = \{\mathbf{v}^N\} \Delta t$
- ② 各要素の間隙水圧 $\{u\}|_{t+\Delta t}$

を同時に求める連立一次方程式 (A9.3) になる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{L}^T \\ -\mathbf{L} & \theta \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta \mathbf{u}^N\} \\ \{u\}|_{t+\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta \mathbf{f}\} \\ \{\Delta \mathbf{f}_z\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\mathbf{L}^T \{u\}|_t \\ -(1 - \theta) \mathbf{H} \{u\}|_t \end{Bmatrix} \quad (\text{A9.3})$$

ここに、 $\{\Delta \mathbf{u}\} = \{\mathbf{v}^N\} \Delta t$, $\{\Delta \mathbf{f}\} = \{\mathbf{f}\} \Delta t$ としたものを全体の節点に対して書き改めたものである。また、 $\{\Delta \mathbf{f}_z\}$ は水頭 h の z に関する項である。土骨格剛性マトリックス全要素を重ね合わせたものをもあらためて \mathbf{K} と書き、式 (A5.1) の右辺の係数 α_i に対しても Δt を乗じたものを改めて \mathbf{H} と書いている。この式 (A9.3) を「全体剛性方程式」と呼ぶ。

(2) 繰返し計算と up-dated Lagrange 法

はじめに、計算フローを図 A9-1 に示す。

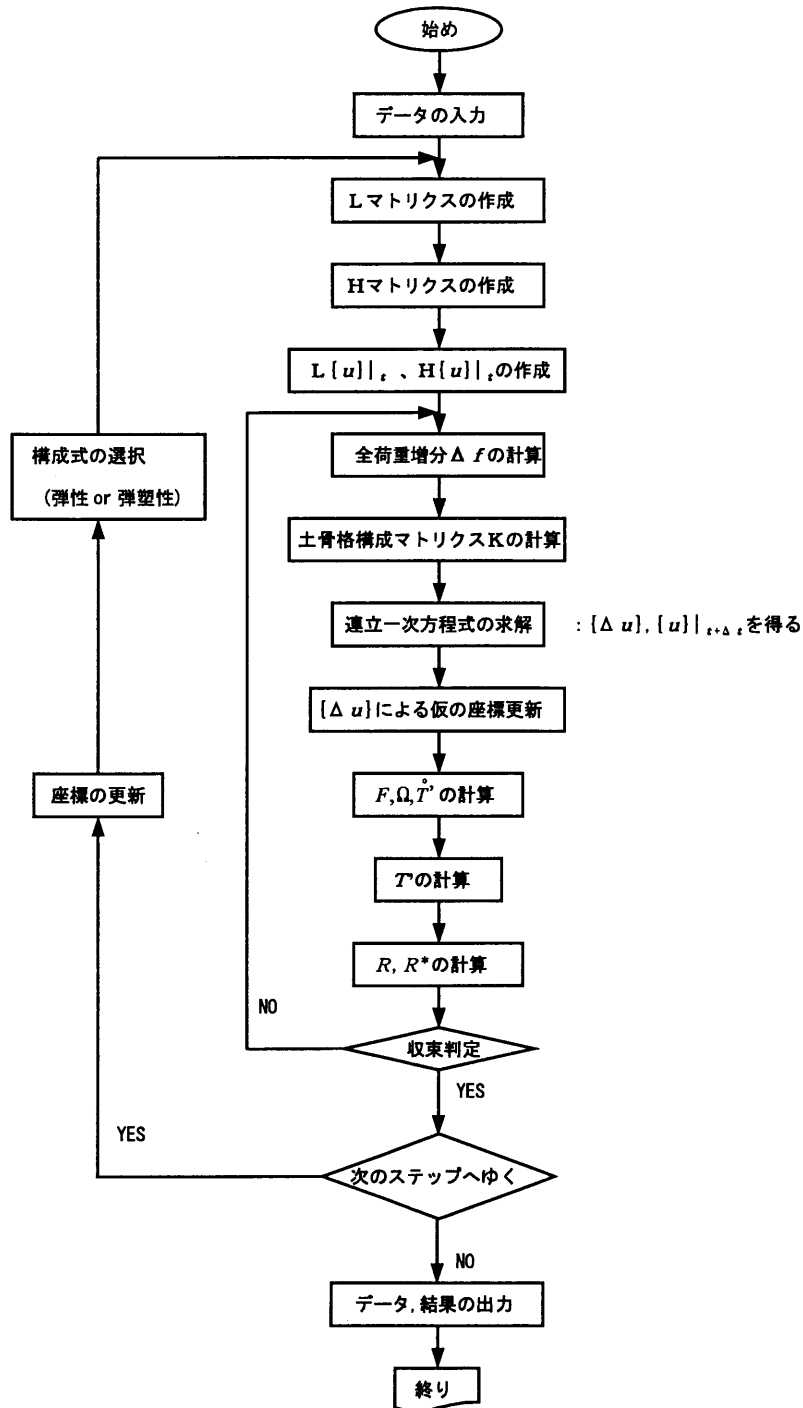


図 A9-1: 有限要素計算のフロー

計算は次に示す (a)～(e) にあがる理由のため繰返し計算を必要とする。

(a) 土骨格接線剛性マトリクス K の中に、使用する土骨格の構成式に関係なく、全応力 (あるいは有効応力 \mathbf{T}' と間隙水圧 u) が含まれる。

(b) 土骨格材料として、式 (A2.4) の弾塑性構成式を用いるため、弾塑性マトリクスの中に、その時点で求めたい有効応力 \mathbf{T}' および $J = \det \mathbf{F}$ が含まれる。

(c) $\{\Delta \mathbf{f}\}$ には、境界の幾何形状変化に影響して値が変化する荷重増分も含まれる。

(d) Green-Nagdhi の応力速度を用いるときは、物質スピン Ω に関する項を等価な節点力として処理する。

(e) 上負荷面・下負荷面の相似率の発展則について、 \dot{R} および \dot{R}^* には後述する式 (1.4) より塑性乗数 λ が含まれる、つまり R および R^* が含まれ、また求めたい R および R^* 自身が構成式に含まれる。

この連立方程式を繰返し計算で得られた変位増分 $\{\Delta \mathbf{u}\}$ を用いて、要素の各節点の座標を計算ステップ毎に更新していくことにより、あたかもその状態が基準配置であるかのようにならびと変形を追跡してゆく (up-dated Lagrange 法)。

(3) 諸量の計算と収束計算

変形勾配 \mathbf{F} 、物質スピン \mathbf{R} 、有効応力 \mathbf{T}' の計算方法、 R^* (カムクレイ降伏面～上負荷面相似率)、 R (上負荷面～下負荷面相似率) ならびに採用した収束条件等について、以下 (a)～(g) に示す。なお、諸量の 1 つを A とするとき、 i ステップ目で収束した値を A_i 、 i ステップ目の k 回目の iteration 中の値を $A_i^{(k)}$ で表す。このとき、 $A_{i+1}^{(0)} = A_i$ が成立する。

(a) 変形勾配 \mathbf{F} の計算

現配置における要素内の任意の物質点 X の位置ベクトル \mathbf{x} は、要素の各節点の位置ベクトル \mathbf{x}^k (4 節点アイソパラメトリック要素の場合 $k = 1 \sim 4$) と、形状関数 N^k (式 (A4.1) 参照) を用いて次式で表せる。

$$\mathbf{x} = N^k \mathbf{x}^k \quad (\text{A9.4})$$

ここで、物質点 X の基準配置の位置ベクトルを \mathbf{x} とすると、 $N^k = N^k(\mathbf{x})$ であるので変形勾配は次式で表現できる。

$$\mathbf{F} = \frac{\partial N^k}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x}^k \quad (\text{A9.5})$$

したがって、基準状態 (初期状態) においてあらかじめ 1 回だけ、各要素の各ガウス点で $\partial N^k / \partial \mathbf{x}$ を計算しておき、刻々の要素の節点座標 \mathbf{x}^k を用いて変形勾配 \mathbf{F} を計算すればよい。

(b) 物質スピン $\Omega = \dot{R}R^T$ の計算

式 (A9.5) を用いて求めた \mathbf{F} を極分解 (式 (A1.9)) して得られる \mathbf{R} を考える。 $i+1$ ステップ目の k 回目の iteration の値 $\dot{R}_{i+1}^{(k)}$ は、 i ステップ目と $i+1$ ステップ目の $k-1$ 回目の iteration 中の \mathbf{R} を計算して次式で求める。

$$\dot{R}_{i+1}^{(k)} = (R_{i+1}^{(k-1)} - R_i) / \Delta t \quad (\text{A9.6})$$

一方、 $R_{i+1}^{(k)}$ は i ステップ目の節点座標と $i+1$ ステップ目の $k-1$ 回目の節点座標の算術平均した座標から \mathbf{R} を計算する。これにより

$$\Omega_{i+1}^{(k)} = \dot{R}_{i+1}^{(k-1)} R_{i+1}^{(k-1)T} \quad (\text{A9.7})$$

(c) 有効応力 \mathbf{T}' の計算

今、 $i+1$ ステップ目を計算しているとする。連立一次方程式 (式 (A9.3)) を解いて得られる $\{\Delta \mathbf{u}\}$ を用いて式 (A4.3) と式 (A4.11) から $\overset{\circ}{T}'_{i+1}{}^{(k)}$ を計算する。その後、式 (A1.39) を用いて次式により $T'_{i+1}{}^{(k)}$ を計算する。

$$T'_{i+1}{}^{(k)} = T'_i + (\overset{\circ}{T}'_{i+1}{}^{(k)} - \Omega_{i+1}^{(k)} T'_{i+1}{}^{(k-1)} + T'_{i+1}{}^{(k-1)} \Omega_{i+1}^{(k)}) \Delta t \quad (\text{A9.8})$$

(d) R^* (カムクレイ降伏面～上負荷面相似率) と、 R (上負荷面～下負荷面相似率) の計算式 (A6.38)、式 (A6.38) より、 \dot{R}^* 、 \dot{R} は以下の式になる。

$$\begin{aligned} \dot{R}^* &= JU^* \sqrt{\frac{2}{3}} \| \mathbf{D}_{s,p} \| = JU^* \Lambda \frac{\partial f}{\partial q} = JU^* \Lambda \frac{D}{p'} \\ &= JU^* \frac{\frac{3\tilde{G}}{q} \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K} \beta \text{tr} \mathbf{D}}{\tilde{K} \beta^2 + 3\tilde{G} + \frac{Jp'}{D} \beta + JMp' \left(\frac{U}{R} - \frac{U^*}{R^*} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A9.9})$$

$$\begin{aligned} \dot{R} &= JU \sqrt{\frac{2}{3}} \| \mathbf{D}_{s,p} \| = JU \Lambda \frac{\partial f}{\partial q} = JU \Lambda \frac{D}{p'} \\ &= JU \frac{\frac{3\tilde{G}}{q} \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K} \beta \text{tr} \mathbf{D}}{\tilde{K} \beta^2 + 3\tilde{G} + \frac{Jp'}{D} \beta + JMp' \left(\frac{U}{R} - \frac{U^*}{R^*} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A9.10})$$

$$\text{ただし、} \quad U^* = \frac{1}{D} R^* (1 - R^{*m_{R^*}}) \quad (\text{A9.11})$$

$$U = -\frac{m_R}{D} \ln R \quad (\text{A9.12})$$

そこで、発展則に従うように i ステップ目の R 、 R^* の値を用いて、 k 回目の iteration の $R_{i+1}^{(k)}$ と、 $R_{i+1}^{*(k)}$ を、以下の式で求める。

$$R_{i+1}^{(k)} = R_i + \dot{R}_i^{(k-1)} \Delta t \quad (\text{A9.13})$$

$$R_{i+1}^{*(k)} = R_i^* + \dot{R}_i^{*(k-1)} \Delta t \quad (\text{A9.14})$$

また、弾性除荷された場合は、式 (A6.28) より

$$R = \exp \left\{ \left(f(p', q) + \int_0^{t'} J \operatorname{tr} \mathbf{D}^p d\tau + \text{MD} \ln R^*(t') \right) / \text{MD} \right\} \quad (\text{A9.15})$$

ここで、 t' は最後の負荷状態の時点をさす。

で求める。

(e) 構成式の判定

式 (A6.52) を用いて決める。具体的に式 (A6.28) の f を用いて計算すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{T}'} \cdot \mathbf{E} \mathbf{D} = \frac{\text{D}}{p'} \left\{ \frac{3\tilde{G}}{q} \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} - \tilde{K} \beta(\operatorname{tr} \mathbf{D}) \right\} \quad (\text{A9.16})$$

ここに $\beta = \text{M} - q/p'$ である。したがって、この式に収束した \mathbf{T}' と \mathbf{D} を代入して得られた値の符号の正負から、式 (A6.52) を用いて負荷状態にあるか、非負荷状態にあるかを判定する。なお非負荷状態 (弾性状態) であれば、式 (A9.16) により R を計算し、その後は下負荷面に従う。また 1 つの計算ステップの iteration の間は構成式の種類を変えないことにする。

(f) 収束判定条件

各要素の各ガウスの数値積分点において、収束判定を行う。相当応力を $\mathbf{T}_e = \sqrt{\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}}$ で定義するとき、 $i+1$ ステップ目で $k-1$ 回目の iteration で得られた値 $T_{e_{i+1}}^{(k-1)}$ と k 回の iteration で得られる $T_{e_{i+1}}^{(k)}$ 値がすべてのガウス点において次式を満たすとき、その $i+1$ ステップ目の計算を終了し、次のステップへと進むものとする。

$$\left| \frac{T_{e_{i+1}}^{(k)} - T_{e_{i+1}}^{(k-1)}}{T_{e_{i+1}}^{(k-1)}} \right| < \varepsilon \quad (\text{A9.17})$$

ここに記号 $| \quad |$ は絶対値を表し、 ε は十分に小さい正の値である。

(g) その他

荷重増分 $\{\Delta \mathbf{f}\}$ には、式 (A2.10) で示すように幾何形状の変化によって値が変化する項

が含まれる (付録 A4 参照)。この式中 \mathbf{n} は (b) の $R_{i+1}^{(k)}$ 同様、 i ステップ目の値と $i+1$ ステップの $k-1$ 回目の iteration 中の要素節点座標の平均座標から求める。後に説明する制約条件の中で必要な座標についても同様である。土骨格接線剛性マトリクス \mathbf{K} 中にある \mathbf{T}' と u 、ならびに構成式中の \mathbf{T}' についても同様に平均値をとって式 (A4.14) 中に代入している。

A10 地盤の初期状態の計算方法

A10.1 弾塑性パラメータから決まる1次元側方係数 K_0 値の算定

側方変形が生じない1次元応力下で、鉛直載荷方向に1軸を、側方方向に2軸および3軸をとり、それぞれの主応力を $T_1, T_2, T_3 (= T_2)$ とすると、正規 K_0 状態では、構成式から、 $\dot{T}_1, \dot{T}_2, \dot{T}_3$ が1軸方向のストレッチング D_1 を用いて次のように表される。

$$\dot{T}_1 = \left(\tilde{K} + \frac{4}{3}\tilde{G} \right) D_1 - \frac{\left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}} S_1 - \tilde{K}\tilde{\beta} \right) \left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}} S_1 - \tilde{K}\tilde{\beta} \right)}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} D_1 \quad (\text{A10.1})$$

$$\dot{T}_2 (= \dot{T}_3) = \left(\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G} \right) D_1 - \frac{\left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}} S_1 - \tilde{K}\tilde{\beta} \right) \left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}} S_2 - \tilde{K}\tilde{\beta} \right)}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} D_1 \quad (\text{A10.2})$$

ここに、 $\tilde{K} = \frac{J(1+e_0)}{\tilde{k}}$, $\tilde{G} = \tilde{N}\tilde{K}$, $\tilde{N} = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$, $\tilde{\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(M - \frac{q}{p'} \right)$, $\tilde{\tau} = \frac{q}{\sqrt{3}}$, $h = \frac{p'\tilde{\beta}}{\sqrt{3}\tilde{D}}$, $\tilde{D} = \frac{D}{J}$ であり、また、 S_1, S_2, S_3 偏差応力の1,2,3軸方向成分である。よって、式(A10.1)と式(A10.2)より、 p' と q は次式で表される。

$$\dot{p}' = -\frac{1}{3} (\dot{T}_1 + 2\dot{T}_3) = -\tilde{K} \left(1 + \frac{\frac{\tilde{G}S_1}{\tilde{\tau}} - \tilde{K}\tilde{\beta}}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} \tilde{\beta} \right) D_1 \quad (\text{A10.3})$$

$$\dot{q} = -(\dot{T}_1 - \dot{T}_3) = -\tilde{G} \left(2 + \frac{\frac{\tilde{G}S_1}{\tilde{\tau}} - \tilde{K}\tilde{\beta}}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} \sqrt{3} \right) D_1 \quad (\text{A10.4})$$

1次元応力下における p' と q の応力比を η' と書くと、 η' が初期状態が時間によらず一定であるときは、

$$\eta' = \frac{q'}{p'} = \frac{\dot{q}}{\dot{p}'} \quad (\text{A10.5})$$

が成立する。そこで、この比を η'_{K_0} と表し、式 (A10.5) に式 (A10.3) と式 (A10.4) を代入すると次式が得られる。

$$\frac{\dot{q}}{\dot{p}'} = \tilde{N} \frac{2\sqrt{3}\frac{\bar{\beta}^2}{\tilde{\kappa}} + \left(\frac{2M}{\bar{\lambda} - \tilde{\kappa}} - \frac{3}{\tilde{\kappa}}\right)\bar{\beta}}{\frac{\sqrt{3}\tilde{N}}{\tilde{\kappa}} + \frac{M\bar{\beta}}{\bar{\lambda} - \tilde{\kappa}} - \frac{2\tilde{N}\bar{\beta}}{\tilde{\kappa}}} = \eta'_{K_0} \quad (\text{A10.6})$$

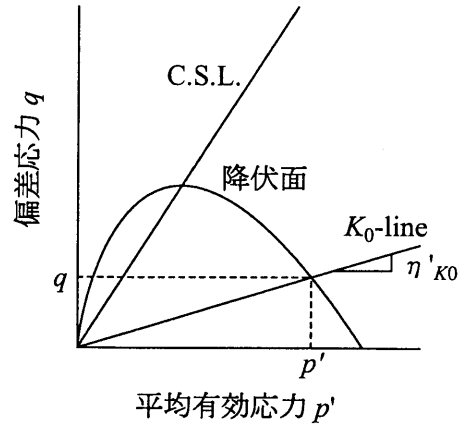


図 A10-1: $q \sim p'$ 上の K_0 状態

ここで、 $\bar{\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}(M - \eta'_{K_0})$ であり、これを用いて式 (A10.6) を整理すると次式が得られる。

$$\xi \eta'_{K_0} - (2\tilde{N} + M\xi)\eta'_{K_0} + \tilde{N}\{2M - 3(1 - \xi)\} = 0 \quad (\text{A10.7})$$

ここに、 $\xi = \frac{\tilde{\kappa}}{\bar{\lambda}}$ である。

したがって、式 (A10.7) より次式が得られる。

$$\eta'_{K_0} = \frac{(2\tilde{N} + M\xi) \pm \sqrt{(2\tilde{N} + M\xi)^2 - 4\tilde{N}\xi\{2M - 3(1 - \xi)\}}}{2\xi} \quad (\text{A10.8})$$

また、初期状態から $\eta' = \eta'_{K_0}$ のときの側方係数を K_0 とすれば、 $\frac{q}{p'} = \frac{3(1 - K_0)}{1 + 2K_0} = \eta'_{K_0}$ なる関係があるので、

$$\frac{3(1 - K_0)}{1 + 2K_0} = \frac{(2\tilde{N} + M\xi) \pm \sqrt{(2\tilde{N} + M\xi)^2 - 4\tilde{N}\xi\{2M - 3(1 - \xi)\}}}{2\xi} \quad (\text{A10.9})$$

となる。式 (A10.9) から、 K_0 値は各種の弾塑性パラメータによって表すことができ、弾塑性パラメータが決まれば必ず K_0 値は決まる。ただし、以下の注意が必要である。式 (A10.9) における右辺分子の平方根前の符号が正の時、通常材料では $2\tilde{N} > M\xi$ で $\eta'_{K_0} > M$ となり、軟化かつ塑性膨潤の材料を表すため、通常地盤としては考えにくい。また、平方根前が負の符号のときも $\eta'_{K_0} < 0$ では、 $K_0 \geq 1$ でこのような地盤も考えにくい。また、 $\eta'_{K_0} > 0$ であることが考えられる。すなわち、このためには式 (A10.9) より

$$M \geq \frac{3}{2}(1 - \xi) \quad (\text{A10.10})$$

を満たす弾塑性パラメータを用いる必要があることが分かる。このとき、 $1 - \xi$ は 1 未満の正であるので式 (A10.8) より常に $M > \eta'_{K_0}$ となっていて、 η'_{K_0} は限界状態線の勾配より小さいことが分かる。

A10.2 深さ方向に均質な初期過圧密比・初期構造を有する地盤の間隙比と応力の決定

図 A10-2 に示すような境界条件で、地表面に荷重 δ が作用した K_0 圧密状態の地盤は、表 A10.1 に示すように 4 つに分類できる。

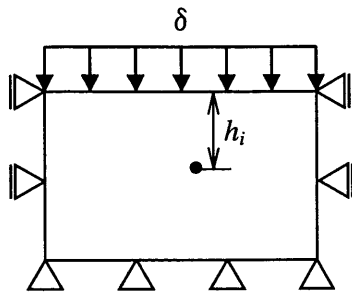


図 A10-2: K_0 状態にある地盤

表 A10.1: 地盤の初期状態の分類

地盤の状態	$v \sim p'$ 関係
1) 繰り返し正規等方圧密状態	① $v = N - \tilde{\lambda} \ln p'$
2) 繰り返し正規 K_0 圧密状態	② $v = N_{K_0} - \tilde{\lambda} \ln p'$
3) 構造を有した K_0 圧密状態	③ $v = N_{R^*} - \tilde{\lambda} \ln p'$
4) 構造を有した過圧密状態	④ $v = N_R - \tilde{\lambda} \ln p'$

地盤の状態 1)~4) の比体積 v と平均有効応力 p' は、図 A10-3 に示す圧密曲線①~④上にある。ここに、

- ① : 正規等方圧密曲線 (N.C.L.)
- ② : 正規 K_0 圧密曲線
- ③ : 初期構造 $1/R_0^*$ を有する見かけの K_0 圧密曲線
- ④ : 初期過圧密比 $OCR_{ini} = 1/R_0$ および初期構造 $1/R_0^*$ を有する見かけの K_0 圧密曲線

である。一般的な地盤は 4) の状態にあると考えられる。本論文では現在の状態に至る経路は問わず、初期過圧密比および初期構造を与えることによって、「深さ方向に均質な初期過圧密比と初期構造を有する地盤」の初期比体積および平均有効応力を次式に示す見かけの圧密曲線④に沿って地表面から深さ方向に計算する。

$$v = N_R - \lambda \ln p' \quad (\text{A10.11})$$

ここに、 N_R は見かけの圧密曲線④で $p' = 1$ における比体積である。 N_R は各圧密曲線の $p' = 1$ における比体積 N_{K_0}, N_{R^*}, N_R を以下のように決定することで求めることができる。

$$N_{K_0} = N - (\lambda - \kappa) \frac{\eta'_{K_0}}{M} \quad (\text{A10.12})$$

$$N_{R^*} = N_{K_0} - (\lambda - \kappa) \ln R_0^* \quad (\text{A10.13})$$

$$N_R = N_{R^*} + (\lambda - \kappa) \ln R_0 \quad (\text{A10.14})$$

したがって、

$$N_R = N - (\lambda - \kappa) \left\{ \frac{\eta'_{K_0}}{M} - \ln \frac{R_0}{R_0^*} \right\} \quad (\text{A10.15})$$

となる。ここで、初期過圧密比 $\text{OCR}_{\text{ini}} = 1/R_0$ 、初期構造 $1/R_0^*$ は、

$$\frac{1}{R_0} = \frac{\bar{p}'_0}{p'_0}, \quad \frac{1}{R_0^*} = \frac{\bar{p}'_0}{p'^*_0} \quad (\text{A10.16})$$

である。

初期過圧密比 $\text{OCR}_{\text{ini}} = 1/R_0$ および初期構造 $1/R_0^*$ を有した K_0 状態にある地盤の地表面に荷重 δ が作用しているとき (図 A10-2)、深さ h_i における比体積 $v(h_i) = 1 + e(h_i)$ は、次式 (A10.17) で表される。

$$N_R - \tilde{\lambda} \ln \frac{1 + 2K_0}{3} \left[\delta + \int_0^{h_i} \left\{ \gamma_s \frac{1}{1 + e(z)} + \gamma_w \frac{e(z)}{1 + e(z)} \right\} dz \right] = 1 + e(h_i) \quad (\text{A10.17})$$

ここに、

γ_s : 土粒子の単位体積重量

γ_w : 水の単位体積重量

$e(z)$: $z = z$ での間隙比

である。式 (A10.17) を整理して、

$$\delta + (\gamma_s - \gamma_w) \int_0^{h_i} \frac{dz}{1 + e(z)} = \frac{3}{1 + 2K_0} \exp \left(\frac{N_R - 1 - e(h_i)}{\tilde{\lambda}} \right) \quad (\text{A10.18})$$

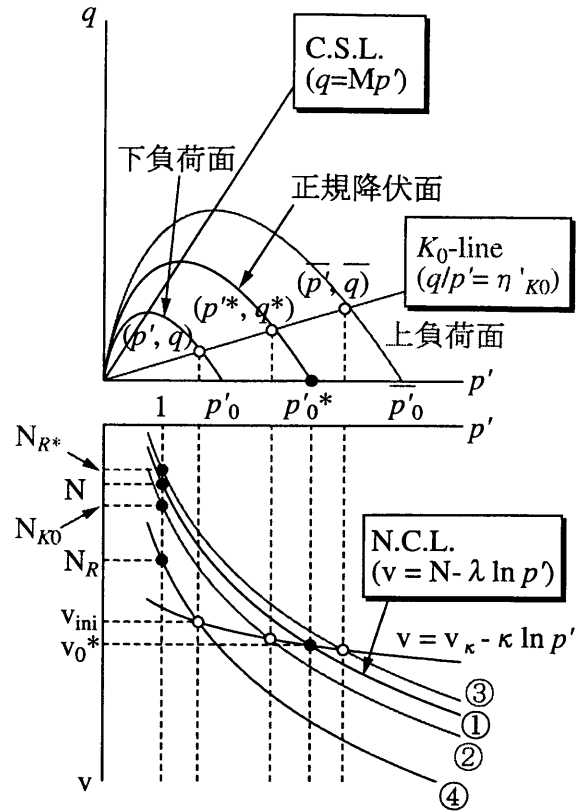


図 A10-3: $q \sim p' \sim v$ 関係

ここで、式 (A10.18) を h_i で微分すると、次式が得られる。

$$\frac{de}{dh_i} = -\tilde{\lambda} \frac{1+2K_0}{3} \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1+e(h_i)} \exp\left(\frac{e(h_i)+1-N_R}{\tilde{\lambda}}\right) \quad (\text{A10.19})$$

また、式 (A10.19) で $h_i = 0$ とおくと、

$$e(0) = N_R - 1 - \tilde{\lambda} \ln \frac{1+2K_0}{3} \delta \quad (\text{A10.20})$$

となり、地表面における間隙比が求まる。これにより、 $e(0)$ より深さ方向に少しずつ Newton-Raphson 法を用いて繰り返し計算を行いながら、深さ h_i にあるガウス点の $e(h_i)$ を決定する。

A10.3 比体積を与えて地盤の初期状態を作成する方法

以上は一次元的な上載荷重 δ が与えられた正規 K_0 状態の地盤に、地盤全体で均質な「過圧密比 R_0 」を与えて、地盤内の間隙比や応力状態などの初期状態を作成した。

ここでは、過圧密比を与えるのではなく、地表面から所定の深さの比体積 $v_{ini} = (1+e)$ が既知だとして、この比体積を与えて地盤の初期状態を作成する方法について説明する。(図 A10-4 参照)。

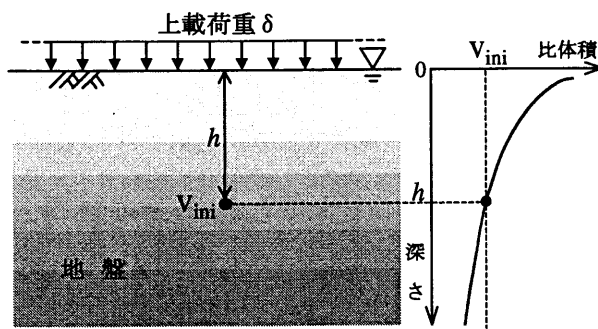


図 A10-4: 初期地盤の作成方法の模式図

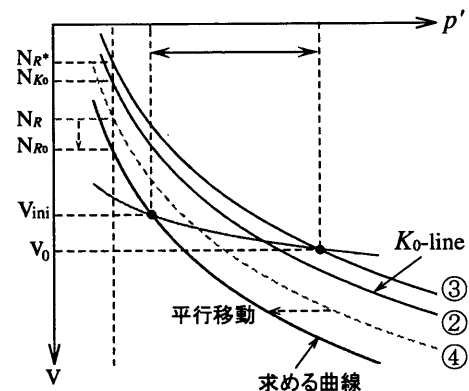


図 A10-5: 過圧密比の増減

初期地盤の作成方法としては、基本的に付録 A10.2 と同じであるが、過圧密比 R_0 の決定方法だけが異なる。ここでは過圧密比 R_0 の決定方法についてのみ説明する。

上載荷重 δ が与えられた「構造」を有する正規 K_0 状態の地盤は、図 A10-5 の曲線③ (式 A10.21) 上にあるものとする。

$$\bar{v} = N_{R^*} - \tilde{\lambda} \ln \bar{p}' = \{N_{K_0} - (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln R_0^*\} - \tilde{\lambda} \ln \bar{p}' \quad (\text{A10.21})$$

この曲線上に位置する状態のものが、除荷されると曲線④（式 A10.22）が現れる。

$$v = N_R - \tilde{\lambda} \ln p' = \{N_{R^*} - (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln R\} - \tilde{\lambda} \ln p' \quad (\text{A10.22})$$

この N_R とは、過圧密比 R の増減によってその値も増減される。そのため、曲線④も平行移動をする。この曲線④が、地表面から所定の深さ h での比体積 v_{ini} を通る曲線（式 A10.23）

$$v_{ini} = N_{R_0} - \tilde{\lambda} \ln p' = \{N_{R^*} - (\tilde{\lambda} - \tilde{\kappa}) \ln R_0\} - \tilde{\lambda} \ln p' \quad (\text{A10.23})$$

と一致したとき、すなわち $N_{R_0} = N_R$ となる過圧密比 R_0 が地盤の過圧密比（深さ方向に均質と仮定）として決定される。後は一致した曲線上において土被り圧に応じた間隙比などを算出して地盤の初期状態を設定する。

A11 一様変形場での解析方法

平面ひずみ条件で構成式に図 A11-1 に示す一様変形場を与え、これを差分法的に数値(時間)積分する。時間に () を与えているのは、構成式にダルシー則のように時間を含んでおらず、「実際の時間」という概念がないためである。

$$x_1 = X_1 + \gamma t X_2 \quad (\text{A11.1})$$

$$x_2 = X_2 + \delta t X_2 \quad (\text{A11.2})$$

$$x_3 = X_3 \quad (\text{A11.3})$$

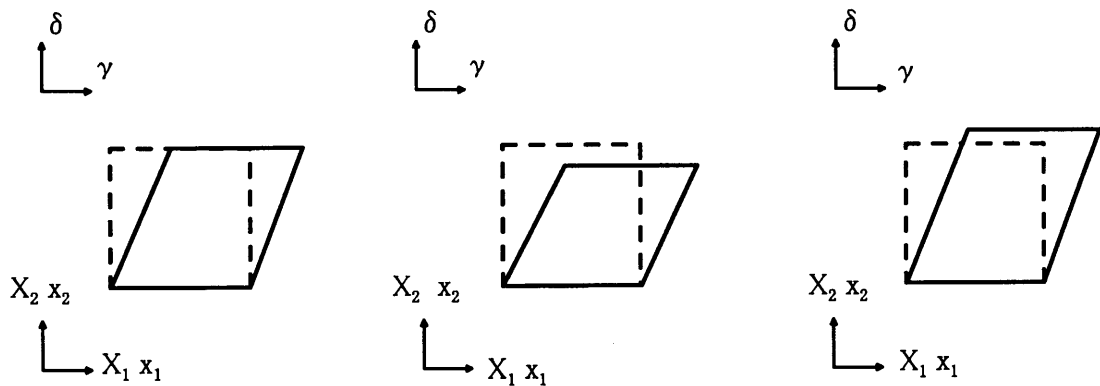


図 A11-1: 一様変形場

これは、膨張速度 $\delta (> 0$ 、負の時は圧縮) で $x_2(X_2)$ 方向に体積膨張させ、せん断速度 $\gamma (> 0)$ で $x_1(X_1)$ 方向にせん断される場である。変形勾配 $\mathbf{F} = \mathbf{F}(t)$ は、

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma t & 0 \\ 0 & 1 + \delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A11.4})$$

となり、 $\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1}$ からストレッチングテンソル $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)$ を計算すると次式が得られる。

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2(1 + \delta t)} \begin{bmatrix} 0 & \gamma & 0 \\ \gamma & 2\delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A11.5})$$

計算のフローチャートは図 A11-2 に示す。

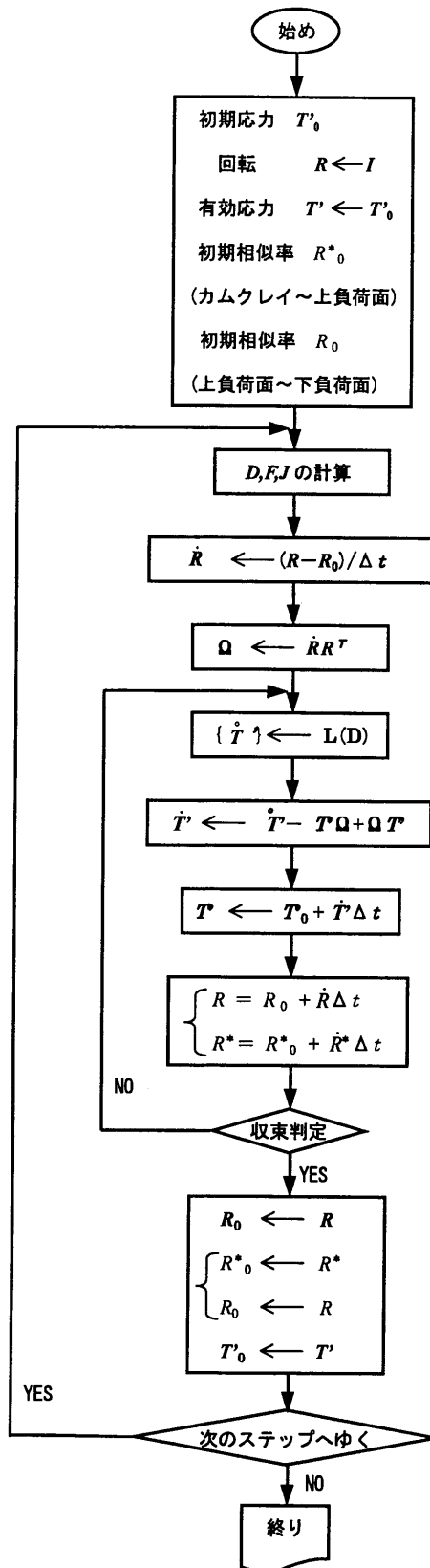


図 A11-2: 構成式の数値積分のフロー

式 (A11.5) を構成式 (本文中式 (A6.60)) に代入しつつ、

$$T'_{i+1} = T'_i + \dot{T}'_i \Delta t \quad (\text{A11.6})$$

で、差分的に数値 (時間) 積分していく。ここに、 Δt が 1 ステップ間隔、 T'_i と \dot{T}'_i はそれぞれ i ステップ目の土骨格の有効応力と有効応力速度である。実際の計算では式 (A6.60) の両辺の中に求めるべきつぎのステップの応力が入り、式 (A6.60) が非線形な式なので繰り返し計算を行っている。また Green-Naghdi rate の物質スピン $\Omega = \dot{R}R^T$ には R と \dot{R} が含まれているので、これを式 (A11.4) 第 1 式から直接陽に求めることができる。しかし、 i ステップ目と $i+1$ ステップ目の R の差を Δt で除することにより求め、これもあわせて各ステップの繰り返し計算で処理した。また、 R^* (カムクレイ降伏面と上負荷面との相似率) と、 R (上負荷面と下負荷面の相似率) については、

$$R_{i+1} = R_i + \dot{R}_i \Delta t \quad (\text{A11.7})$$

$$R^*_{i+1} = R^*_i + \dot{R}^*_i \Delta t \quad (\text{A11.8})$$

のように差分的に計算を行う。 \dot{R} および \dot{R}^* に式 (A9.9)、(A9.10) より塑性乗数 λ が含まれるので、これらも繰り返し計算を行い求める。なお、各ステップにおける応力の各成分の値が前回と今回の iteration において、 10^{-8} 以内に収るまで収束計算を行う。

A12 線形制約条件

A12.1 変位速度場に制約条件を導入した水～土連成解析

水～土連成場における力のつり合い式の弱形式 (A3.6) に有限要素法を適用すると、次式が得られる。

$$\{\delta \mathbf{v}^N\}^T [\mathbf{K}\{\mathbf{v}^N\} - \mathbf{L}^T\{\dot{\mathbf{u}}\} - \{\dot{\mathbf{f}}^N\}] = 0 \quad (\text{A12.1})$$

ここに、

$\{\mathbf{v}^N\}$: 節点変位速度ベクトル

$\{\delta \mathbf{v}^N\}$: 境界条件を満足する任意のベクトル

\mathbf{K} : 土骨格の接線剛性マトリックス

\mathbf{L} : 水圧を速度場から体積変化速度に変換するマトリックス

$\{\dot{\mathbf{f}}^N\}$: 外力速度ベクトル

ここで、物体の変位速度場に次式で表わされる線形制約条件が課されていると仮定する。

$$\mathbf{C}\{\mathbf{v}^N\} = \{\alpha\} \quad (\text{A12.2})$$

$\{\alpha\}$ は課せられた制約条件により異なる。式 (A12.2) のみで、 $\{\mathbf{v}^N\}$ を決定できないので、 \mathbf{C} マトリックスは行の数が列の数より少ない長方形のマトリックスである。このとき、 $\{\delta \mathbf{v}^N\}$ は任意ではなく次式を満たす必要がある。

$$\mathbf{C}\{\delta \mathbf{v}^N\} = \{0\} \quad (\text{A12.3})$$

そこで、Lagrange 未定乗数法を用いると、力のつり合い式に関するものは次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}\{\mathbf{v}^N\} - \mathbf{L}^T\{\dot{\mathbf{u}}\} - \{\dot{\mathbf{f}}^N\} + \mathbf{C}^T\{\mu\} &= \{0\} \\ \mathbf{C}\{\mathbf{v}^N\} &= \{\alpha\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A12.4})$$

ここに、 μ は Lagrange 未定乗数である。

線形制約条件が土骨格の変形場に課される場合、水～土連成初期値境界値問題は、与えられた初期条件、境界条件のもとで

- ① 各節点での変位増分 $\{\Delta \mathbf{u}^N\} = \{\mathbf{v}^N\}\Delta t$
- ② 各要素の間隙水圧 $\{u\}|_{t+\Delta t}$
- ③ Lagrange 未定乗数の増分 $\{\Delta \mu\} = \{\mu\}\Delta t$

を同時に求める連立一次方程式 (A12.5) になる。

$$\begin{bmatrix} K & -L^T & C^T \\ -L & \theta H & 0 \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\Delta \mathbf{u}^N\} \\ \{u\}|_{t+\Delta t} \\ \{\Delta \mu\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{\Delta \mathbf{f}^N\} \\ 0 \\ \{\alpha\} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L^T \{u\}|_t \\ (1-\theta)H\{u\}|_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A12.5})$$

ここに、 $\{\Delta \mathbf{f}^N\} = \{\mathbf{f}^N\} \Delta t$ である。

拘束力 $C^T \{\mu\}$ は、式 (A12.2) の変位に関する制約条件を満たすように導かれたものであるが、式 (A12.3) は、この拘束力が制約を満たしている任意の仮想変位に対しても仕事をしないことを示している。また、拘束力 $C^T \{\mu\}$ は、既知の節点力 $\{\mathbf{f}\}$ に重ね合わされる付加節点力を表わす。さらに式 (A12.4) 第1式は、変位の制約条件下では、この付加節点力なしに力のつり合い式を満足できないことを示している。

A12.2 Lagrange 未定乗数の物理的解釈

変位速度場に制約条件が課された水～土連成問題は、連立一次方程式 (A12.5) を解くことで変位増分、間隙水圧、そして Lagrange 未定乗数の増分が求められる。 $-C^T \{\Delta \mu\}$ は既知の節点外力増分 $\{\Delta \mathbf{f}^N\}$ に重ね合わされるべき付加的な節点外力、すなわち制約条件を満足させるための束縛力が作用していることになる。本論文で用いた平面ひずみ条件の場合、Lagrange 未定乗数の物理的解釈は以下のようなになる。ただし、水～土連成計算では Lagrange 未定乗数 μ が速度の次元を有している。

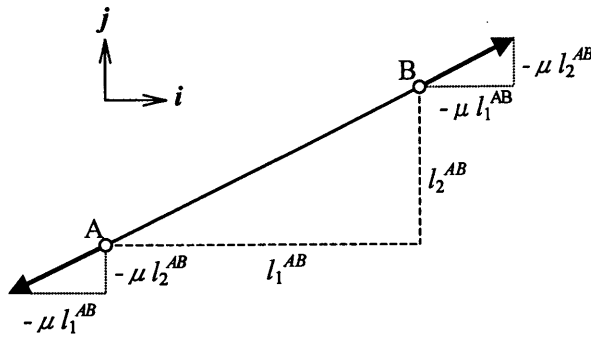


図 A12-1: 「距離不変条件」で働く力

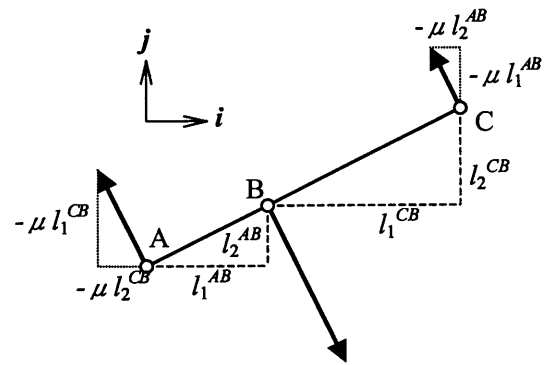


図 A12-2: 「角度不変条件」で働く力

a) 距離不変条件の場合

2点 A, B 点に「距離不変」の条件を課すと、図 A12-1 に示すように「距離不変」にするための力が働く。点 A, B の現配置における位置ベクトルを $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B$ とすると、

$$\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B = l^{AB} = l_1^{AB} \mathbf{i} + l_2^{AB} \mathbf{j} \quad (\text{A12.6})$$

ここに、 i, j は基底ベクトルである。ベクトル $(\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B)$ の方向が変わらないとして、

$$\left\| \int_0^t \mu(\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) dt \right\| = \int_0^t \mu \sqrt{(l_1^{AB})^2 + (l_2^{AB})^2} dt \quad (\text{A12.7})$$

が時刻 $t=0 \sim t$ までに部材に作用する軸力を表す。

b) 角度不変条件の場合

簡単のため、図 A12-2 に示すように 3 点 A, B, C 点がなす角 $\angle ABC = 180^\circ$ の場合を考える。 $\angle ABC$ が \mathbf{k} を法線ベクトルに持つ面内で「角度不変」条件が課されるとき、点 A, B, C の現配置における位置ベクトルを $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B, \mathbf{x}^C$ とすると、式 (A12.6) と同様に、

$$\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B = l^{CB} = l_1^{CB} \mathbf{i} + l_2^{CB} \mathbf{j} \quad (\text{A12.8})$$

であるから、

$$\begin{aligned} & \left\| \int_0^t \mu(\mathbf{x}^A - \mathbf{x}^B) \times \{(\mathbf{x}^C - \mathbf{x}^B) \times \mathbf{k}\} dt \right\| \\ &= \int_0^t \mu \sqrt{(l_1^{AB})^2 + (l_2^{AB})^2} \cdot \sqrt{(l_1^{CB})^2 + (l_2^{CB})^2} dt \end{aligned} \quad (\text{A12.9})$$

が回転の効果などを考慮して時刻 $t=0 \sim t$ までに点 B に作用する曲げモーメントを表す。ここに平面ひずみ条件では、

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A12.10})$$

である。

参考文献

- 1) Chadwick, P.: Continuum Mechanics, George Allen & Unwin Ltd., 1976. (後藤学訳, 連続体力学, ブレイン図書, 1979.)
- 2) 土木工学ハンドブック、土木学会, 第6編 固体力学, pp.215-254, 技報堂出版, 1989.
- 3) Green, A.E. and Naghdi, P.M.: A General Theory of Elastic-Plastic continuum, Arch. Ration. Mech. Anal, Vol.18, pp.251-281, 1965.
- 4) Gurtin, M.E.: An Introduction to Continuum Mechanics, Academic Press, pp.1-265, 1981.
- 5) 野田利弘: 限界状態近傍における粘土の弾塑性挙動と水～土骨格連成有限変形解析に関する研究, 名古屋大学学位申請論文, 1994.
- 6) Jaumann, G.: Geschlossenes System Physikalischer und chemischer Differentialgesetze, Sitzber. Akad. Wiss. Wien (IIa) 120, pp.385-530, 1911.
- 7) Dienes, J.K.: On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies, Acta Mech, Vol.32, pp.217-232, 1979.
- 8) Asaoka, A., Otsuka, S. and Matsuo, M.: Coupling Analysis of Limiting Equilibrium State for Normally Consolidated and Lightly Overconsolidated Soils, Soils and Foundations, Vol.30, No.3, pp.109-123, 1990.
- 9) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General Theory of Shear Bands Formation by a Non-coaxial Cam-clay Model, Soils and Foundations, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 10) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: Shear Bands Formation Numerically Simulated by a Non-coaxial Cam-clay Model, Soils and Foundations, Vol.29, No.4, pp.1-13, 1989.
- 11) Christian, J.T.: Undrained Stress Distribution by Numerical Method, Proceedings of ASCE, Vol.94, SM6, pp.1333-1345, 1968.
- 12) 赤井浩一, 田村武: 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp.95-104, 1978.
- 13) 高稲敏浩: 水～土連成有限変形計算による過圧密地盤の進行性破壊の解析とその抑止工法に関する基礎的研究, 名古屋大学学位請求論文, 1999.
- 14) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, *Soils and Foundations*, Vol.40, No.2, pp.99-110, 2000.
- 15) Henkel, D.J.: The Shear Strength of Saturated Remoulded Clay, Proceedings Con-

- ference on Shear Strength of Cohesive Soils at Boulder, Colorado, pp.533-540, 1960.
- 16) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A. : Yielding of Clays in State Wetter than Critical, *Geotechnique*, Vol.13, pp.211-240, 1963.
 - 17) Schofield, A.N. and Wroth, C.P.: *Critical State Soil Mechanics*, McGRAW-HILL, 1968.
 - 18) 柴田徹, 松尾稔: 粘土のダイラタンシーについて, 材料試験協会, 第11回レオロジー検討会, 講演概要集, pp.50-56, 1962
 - 19) 柴田徹: 正規圧密粘土の体積変化について, 京大防災年報6号, pp.128-134, 1963
 - 20) Hashiguchi, K. and Ueno, M.: Elasto-plastic constitutive laws of granular materials, Constitutive equations of soils, *Proc. Spec. Session 9 of 9th Int. Conf. SMFE*, Murayama, S. and Schofield, A.N.(eds.), Tokyo, JSSMFE, pp.73-82, 1977.
 - 21) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of granular media, *Proceedings of 3rd International Conference Numer. Meth. Geomech.* (Wittke, W. ed.), Aachen, Balkema, pp.435-439, 1979.
 - 22) Hashiguchi, K.: Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, *J. Appl. Mech.(ASME)*, Vol.47, pp.266-272, 1980a.
 - 23) Hashiguchi, K.: Anisotropic hardening model for granular media, *Proc. Int. Symp. Soils under Cyclic Trans. Loading*, (Pande, G.N. and Zienkiewicz, O.C. eds.), Swansea, Balkema, pp.469-474, 1980b.
 - 24) Hashiguchi, K.: Elastoplastic constitutive model with subloading surface, *Proc. Int. Conf. Comput. Mech.* (Atluri, S.N. and Yagawa, G. eds.), Tokyo, Springer-Verlag, pp.65-70, 1986.
 - 25) Hashiguchi, K.: Subloading surface model in unconventional plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.25, pp.917-945, 1989.
 - 26) Hashiguchi, K.: Fundamental Requirements and Formulation of Elasto-plastic Constitutive Equations with Tangential Plasticity, *International Journal of Plasticity*, Vol.9, pp.525-549, 1993.
 - 27) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T.: Soil-water coupled behaviour of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, Vol.34, No.1, pp.91-106, 1994.
 - 28) Asaoka, A., Nakano, M. and Noda, T. : Soil-water coupled behavior of heavily over-consolidated clay near/at critical, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.1, pp.13-28, 1997.
 - 29) 浅岡顕, 中野正樹, 野田利弘: 「構造」を有した土の弾塑性モデルの一考え方, 第33回地盤工学研究発表会, pp.627-628, 1998.
 - 30) 浅岡顕, 高稲敏浩: 各種構造物の実例にみる地盤改良工法の選定と設計-地盤改良

- と土質力学（その1）, 土と基礎, vol.47, No.1, Ser.No.492, pp.45-50, 1999.
- 31) Asaoka, A. and Kodaka, T. : Seepage Failure Experiments and their Analysis of Loose and Medium Dense Sands, *Soils and Foundations*, Vol.32, No.3, pp.117-129, 1992.
 - 32) Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L. : *The Finite Element Method*, Vol.2, 4th, McGRAW-HILL, 1991.
 - 33) Tamura, T.et.al: Limit Analysis of Soil Structure by Rigid Plastic Finite Element Method, *Soils and Foundations*, Vol.24, No.1, pp.34-42, 1984.
 - 34) 橋口公一 : 最新弾塑性力学, 朝倉出版, pp.1-205, 1990.
 - 35) 富田佳宏 : 数値弾塑性力学 有限要素シミュレーションー基礎と応用, 養賢堂, 1994.
 - 36) 久田俊明, 野口祐久 : 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善株式会社, 1995.
 - 37) Nishimura, N. and Achenbach. : Finite Deformation Crack-line Field in a Thin Elastoplastic Sheet, *J.Mech.Phys.Solids*, Vol.34, No.2, pp.147-165, 1986.